MATEMÁTICA

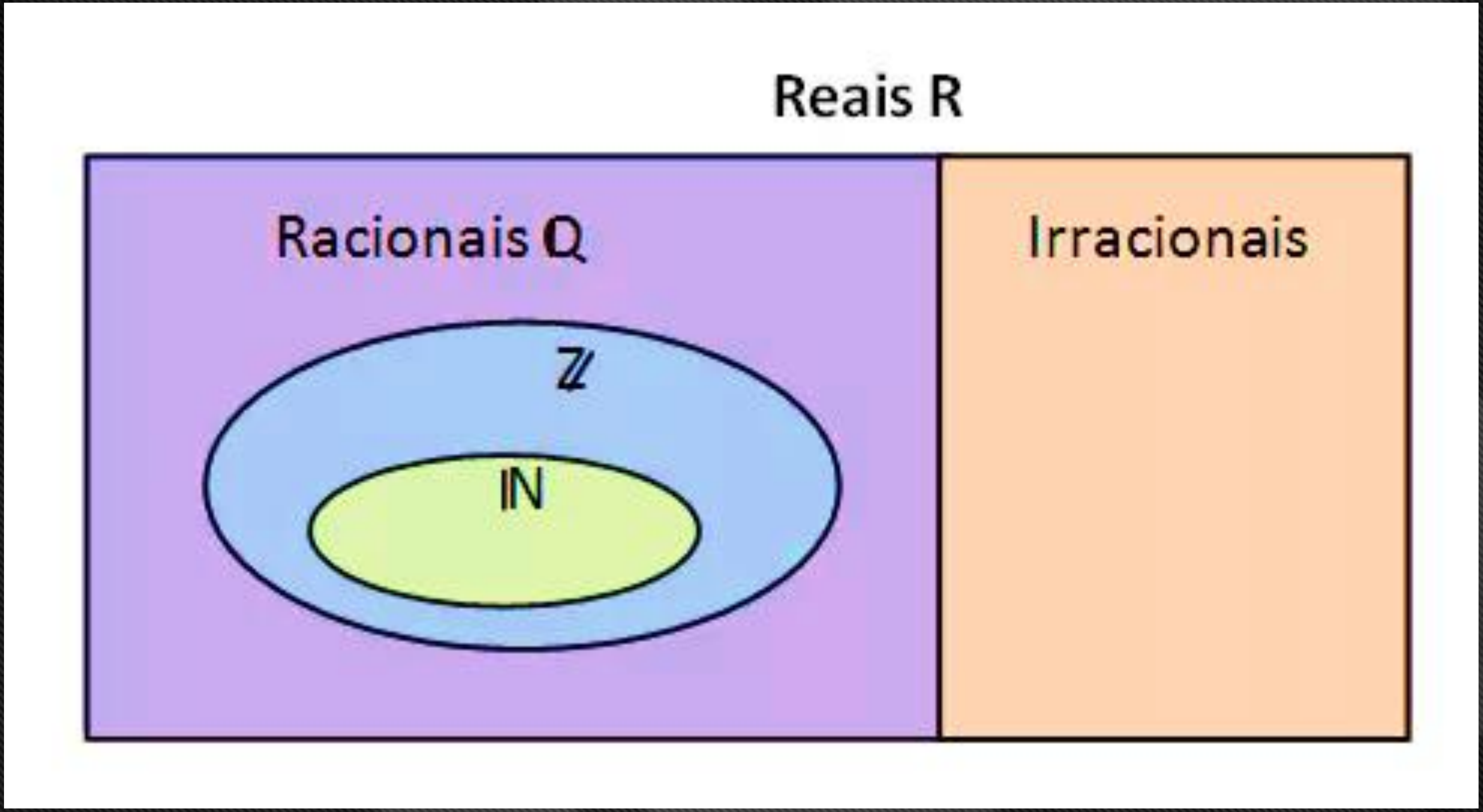
PROF. LUIS PAOLI

65 3624-4404
WWW.FATOEDUCACIONAL.COM.BR

AP-2
MÓDULO 8

DIVISÃO EM ℕ
MÚLTIPLOS E DIVISORES EM ℤ

OS CONJUNTOS NUMÉRICOS



OS CONJUNTOS NUMÉRICOS

Conjuntos Numéricos

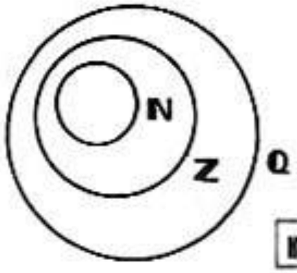
Números racionais

Denomina-se **conjunto dos números racionais** o conjunto:

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \mid x = \frac{p}{q};\ p \in \mathbb{Z} \text{ e } q \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

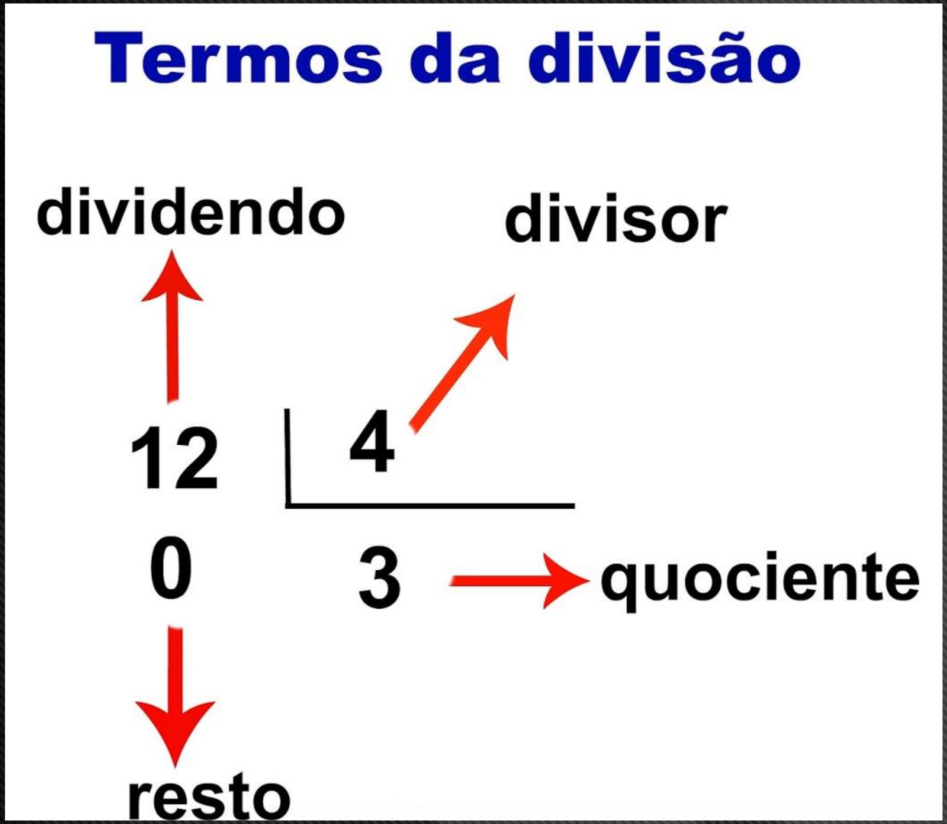
Veja que todo número inteiro é também um número racional, pois pode ser expresso na forma $\frac{p}{q}$ $(p \in \mathbb{Z},\ q \in \mathbb{Z}^*)$.

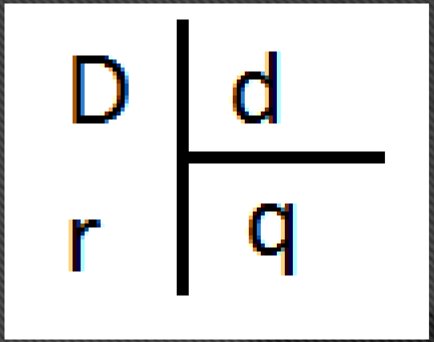
Número racional é todo número que pode ser expresso na forma de fração com numerador inteiro e denominador inteiro diferente de zero.



$\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}}$

A DIVISÃO EUCLIDIANA





$$D = d \cdot q + r$$

$$r < d$$

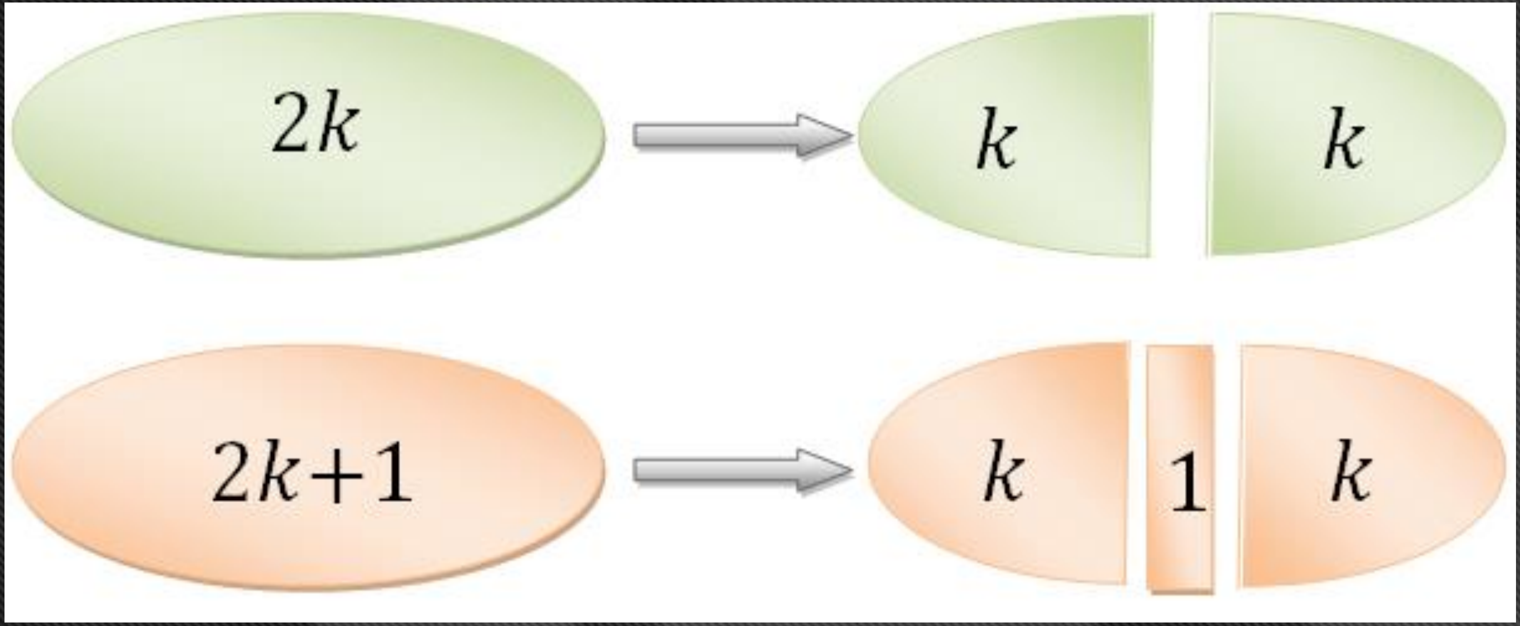
MÚLTIPLOS E DIVISORES

$M_3 = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\}$

$D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

NÚMERO PAR E NÚMERO ÍMPAR

PAR



ÍMPAR

NÚMEROS PRIMOS

Números primos de 1 a 100

2	3	5	7	11
13	17	19	23	29
31	37	41	43	47
53	59	61	67	71
73	79	83	89	97

NÚMEROS PRIMOS

O que é mesmo um número primo????

Um número inteiro $p > 1$ é dito ser um **número primo** se seus únicos divisores positivos são o 1 e próprio ***p*.**

Exemplos (clássicos):* *2,3,5,7,...,43,89 , etc...

Um número inteiro $p > 1$ que não é primo é dito ***composto.***

NÚMEROS PRIMOS

- OS NÚMEROS -1, 0 e 1 NÃO SÃO CLASSIFICADOS NEM COMO NÚMEROS PRIMOS NEM COMO NÚMEROS COMPOSTOS.

- TODO NÚMERO COMPOSTO PODE SER FATORADO OU DECOMPOSTO NUM PRODUTO DE FATORES PRIMOS.

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

- 90 é um número composto. Assim ele pode ser decomposto ou fatorado num produto de números primos.

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$$90 = 2.3^2.5$$

M.M.C.
Mínimo Múltiplo Comum

M.D.C.
Máximo Divisor Comum

EXEMPLOS

Encontrar o mmc (6,8,16,20):

Método da comparação dos conjuntos dos múltiplos dos números:

M(6)={0,6,12,18,24,30,36,...,222,228,234,$\boxed{240}$,246,252,258,...}

M(8)={0,8,16,24,32,40,48,...,216,224,232,$\boxed{240}$,248,256,254,...}

M(16)={0,16,32,48,64,80,96,...,192,208,24,$\boxed{240}$,256,272,288,...}

M(20)={0,20,40,60,80,100,120,...,180,200,220,$\boxed{240}$,260,280,300,...}

mmc (6,8,16,20)=240 ⇦

EXEMPLOS

Encontrar o mmc (6,8,16,20): Método da fatoração simultânea:

6	8	16	20	2
3	4	8	10	2
3	2	4	5	2
3	1	2	5	2
3	1	1	5	3
1	1	1	5	5
1	1	1	1	

método prático

$2^4 * 3 * 5 = 16 * 3 * 5$ ==> mmc (6,8,16,20)=240

EXEMPLOS

Vamos encontrar o MDC (12, 36, 18)

D(12)={1, 2, 3, 4, 6, 12}

D(36)= {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 }

D(18)= {1, 2, 3, 6, 9, 18}

Divisores comuns= 1, 2, 3, 6

MDC(12, 36, 18) = 6

EXEMPLOS

Vamos encontrar o MDC (180, 240, 270)?

EXEMPLOS

180	240	270	2
90	120	135	2
45	60	135	2
45	30	135	2
45	15	135	3
15	5	45	3
5	5	15	3
5	5	5	5
1	1	1	

Assim:

2 . 3 . 5 = 30

MÉTODO DAS DIVISÕES SUCESSIVAS: CÁLCULO DO MDC

EX.1: MDC(48, 36) = ?

Linha dos quocientes →		1	3
	48	36	12
Linha dos restos →	12	0	

mdc(48, 36) = 12

EX.2: MDC(324, 252) = ?

	1	
324	252	
72		

	1	3
324	252	72
72	36	

	1	3	2
324	252	72	36
72	36	0	

Propriedade: MMC e MDC de 2 NÚMEROS

48	45	2	
24	45	2	
12	45	2	
6	45	2	
3	45	3	*
1	15	3	
1	5	5	
1	1		

m.m.c.(48, 45) = $2^4.3^2.5$ = 720

m.d.c.(48, 45) = 3

48 . 45 = 2160

720 . 3 = 2160

LOGO: mmc(A, B) . mdc(A, B) = A . B

Usando a decomposição para determinar a quantidade de múltiplos naturais

D(8) = {1, 2, 4 , 8} => d = 4

$8 = 2^3$

D(50) = {1, 2, 5, 10, 25, 50) => d = 6

$50 = 2^1.5^2$

D(72) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 24, 36, 72} => d = 12

$72 = 2^3.3^2$

$8 = 2^3 \Rightarrow (3 + 1) = 4$

$50 = 2^1.5^2 \Rightarrow (1 + 1).(2 + 1) = 2.3 = 6$

$72 = 2^3.3^2 \Rightarrow (3 + 1).(2 + 1) = 4.3 = 12$

Usando a decomposição para determinar a quantidade de múltiplos naturais

$$n = x^m \cdot y^n \cdot z^p \ldots$$

$$d = (m+1)\cdot(n+1)\cdot(p+1)\ldots$$

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$d = (1+1)\cdot(2+1)\cdot(1+1)\cdot(1+1)$$

$$d = 24$$

DIVISIBILIDADE

480	15
45	32
030	
30	
0	

365	7
35	52
015	
14	
1	

DIVISIBILIDADE: CRITÉRIOS

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE POR 2

Um número é divisível por 2 se for par, ou seja, se o seu algarismo das unidades é **0, 2, 4, 6** ou **8**.

Exemplos: 7<u>8</u> 347<u>0</u>

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE POR 3

Se a soma dos seus algarismos for um número múltiplo de 3.

Ex: 45792

4 + 5 + 7 + 9 + 2 = **27** → 27 é múltiplo de 3

2151

2 + 1 + 5 + 1 = **9** → 9 é múltiplo de 3

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE POR

4

Se os seus **dois** últimos algarismos forem **zero**.

Exemplo:

3 7**00**

Se os seus **dois últimos** algarismos forem um número **múltiplo de 4**.

Exemplo:

345**16** → 16 **é múltiplo de 4**

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE POR 5

Um número é divisível por 5 se o seu algarismo das unidades é **0** ou **5**.

Exemplos:

61<u>5</u> termina em 5

148<u>0</u> termina em 0

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE POR 6

Se o número **é divisível por 2** e **divisível por 3**.

Exemplo:

45 696

- 4+5+6+9+6=30 (é **divisível por 3**)
- 6 é par (é **divisível por 2**)

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE POR

8

- *Divisibilidade por 8*: Um número é divisível por 8, quando terminar em 3 zeros, ou quando o número formado pelos três últimos algarismos, da direita, for divisível por 8.
- **Exemplo:** 3000, é divisível por 8, pois é terminado em três zeros.

1672, é divisível por 8, pois 672 é divisível por 8.

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE POR 9

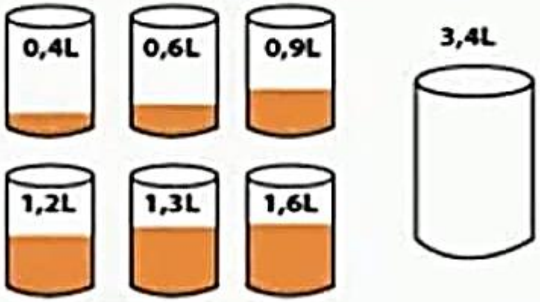
Se a soma dos seus algarismos for um número **múltiplo de 9**.

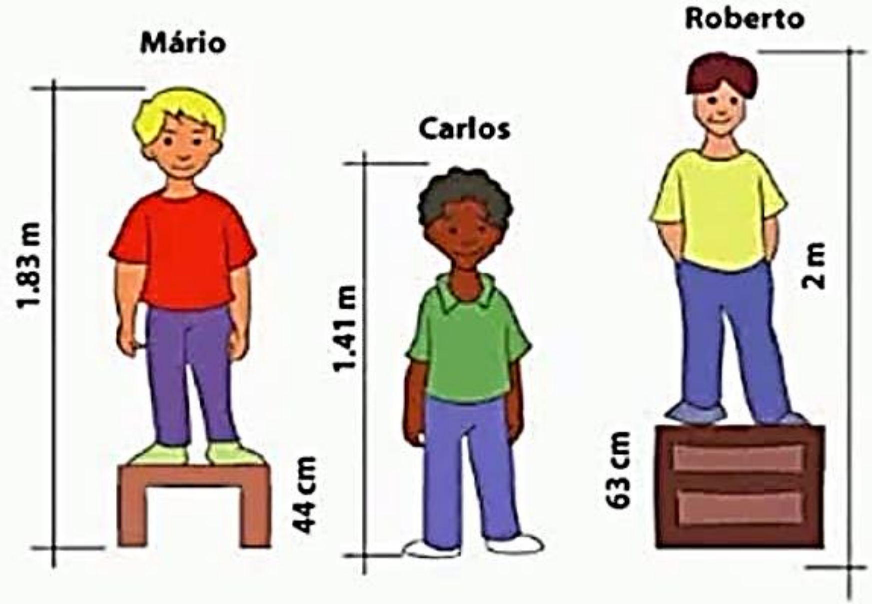
Exemplos:

45 792
4 + 5 + 7 + 9 + 2 = **27** → 27 é **múltiplo de 9**

6 453
6 + 4 + 5 + 3 = **18** → 18 é **múltiplo de 9**

NÚMEROS DECIMAIS





Números decimais exatos

Os números decimais exatos são aqueles que apresentam um número finito de casas decimais não nulas.

Exemplos:

2,45
0,123
12,056
1,20

Números decimais não exatos

Os números decimais não exatos são aqueles que apresentam um número infinito de casas decimais não nulas. São classificados em periódicos e não-periódicos.

Exemplos:

Periódicos:

0,444....
3,454545...
0,12376767676...

Não periódicos

0,46466466646666...
$\sqrt{2} = 1,4142135...$
$\pi = 3,141592...$

NÚMEROS DECIMAIS

NÚMEROS RACIONAIS

São frações entre números inteiros.

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} ; p \in Z, q \in Z, q \neq 0 \right\}$$

NÚMEROS IRRACIONAIS

Números decimais que não são exatos nem dízimas periódicas.

$$\sqrt{2} = 1{,}41421\ldots$$

$$\pi = 3{,}14159\ldots$$

Fração geratriz

A fração geratriz é aquela que dá origem a uma dízima periódica.

$$\frac{3}{9} = 0,33... \qquad \frac{17}{99} = 0,1717...$$

$$\frac{278}{999} = 0,278278... \qquad \frac{19.178}{900} = 21,308888...$$

FRAÇÃO GERATRÍZ

- **Dízima Simples**
  - A geratriz de uma dízima simples é uma fração que tem para numerador o período e para denominador tantos noves quantos forem os algarismos do período.

$$0{,}7777\ldots = \frac{7}{9} \qquad\qquad 0{,}232323\ldots = \frac{23}{99}$$

FRAÇÃO GERATRÍZ

- **Dízima Composta**
  - A geratriz de uma dízima composta é uma fração da forma **n/d** , onde:
    - **n** é a parte não periódica seguida do período, menos a parte não periódica.
    - **d** tantos noves quantos forem os algarismos do período seguidos de tantos zeros quantos forem os algarismos da parte não periódica.

$$0{,}125252525\ldots = \frac{125-1}{990} = \frac{124}{990}$$

EXERCÍCIOS DO MÓD. 8

1. (unifesp)Dia 20 de julho de 2008 caiu num domingo. Três mil dias após essa data cairá?

(a) numa quinta-feira.

(b) numa sexta-feira.

(c) num sábado.

(d) num domingo.

(e) Numa segunda-feira.

Resolução:

domingo + 7 dias = domingo

domingo + (n.7 dias) = domingo

Então: 7 + 7 + 7 + ... + 7 + (x dias) = 3000 dias

$$\begin{array}{r|l} 3000 & 7 \\ \hline 4 & 428 \end{array}$$

assim: domingo + 4 dias = **quinta-feira!!**

1. (unifesp)Dia 20 de julho de 2008 caiu num domingo. Três mil dias após essa data cairá?

(a) numa quinta-feira.

(b) numa sexta-feira.

(c) num sábado.

(d) num domingo.

(e) numa segunda-feira.

2. Os números 30 e 300 têm, respectivamente, x e y divisores naturais no total. O valor de x + y é:

(a) 16.

(b) 18.

(c) 20.

(d) 24.

(e) 26.

Resolução:

decompondo 30 e 300, temos:

$30 = 2^1 . 3^1 . 5^1 \Rightarrow (1 + 1).(1 + 1).(1 + 1) = 2.2.2 = 8$

$300 = 2^2 . 3^1 . 5^2 \Rightarrow (2 + 1).(1 + 1).(2 + 1) = 3.2.3 = 18$

Assim: $x = 8$, $y = 18$ e $x + y = 26$

2. Os números 30 e 300 têm, respectivamente, x e y divisores naturais no total. O valor de x + y é:

(a) 16.

(b) 18.

(c) 20.

(d) 24.

(e) 26.

3. Calcular, pelo método das divisões sucessivas, o mdc(105, 700).

Resolução:

700	105			

Resolução:

	6			
700	105			

Resolução:

	6			
700	105			
70				

Resolução:

	6			
700	105	70		
70				

Resolução:

	6	1		
700	105	70		
70				

Resolução:

	6	1		
700	105	70		
70	35			

Resolução:

	6	1		
700	**105**	**70**	**35**	
70	35			

Resolução:

	6	1	2	
700	105	70	35	
70	35			

Resolução:

	6	1	2	
700	105	70	35	
70	35	0		

Resolução:

	6	1	2	
700	105	70	35	
70	35	0		

Logo: mdc(105, 700) = 35

4. (ESPM) Um número natural N, quando dividido por 18 ou por 15, deixa o mesmo resto R. Se R é o maior possível e N o menor possível, o valor de N + R é:

a) 98. b) 121. c) 100. d) 105. e) 118.

Resolução:

$$\begin{array}{l|l} N & 18 \\ \hline R & q_1 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} N & 15 \\ \hline R & q_2 \end{array}$$

Daí: $N = 18.q_1 + R$ e $N = 15.q_2 + R$

Segue que: $N - R = 18q_1$ e $N - R = 15q_2$

E, ainda: $R < 18$ e $R < 15$ => logo, $R < 15$

4. (ESPM) Um número natural N, quando dividido por 18 ou por 15, deixa o mesmo resto R. Se R é o maior possível e N o menor possível, o valor de N + R é:

a) 98. b) 121. c) 100. d) 105. e) 118.

Resolução:

E, ainda: $R < 18$ e $R < 15$ => logo, $R < 15$

Sendo "R o maior possível", temos que:

$R = 14$

Resolução:

$$R = 14$$

Sendo: $N - R = 18q_1$ e $N - R = 15q_2$

Então: $N - 14 = 18q_1$ e $N - 14 = 15q_2$

Resolução:

$$N - 14 = 18q_1 \quad \text{e} \quad N - 14 = 15q_2$$

Temos que $N - 14$ é múltiplo de 18 e de 15...

4. (ESPM) Um número natural N, quando dividido por 18 ou por 15, deixa o mesmo resto R. Se R é o maior possível e N o menor possível, o valor de N + R é:

a) 98. b) 121. c) 100. d) 105. e) 118.

Resolução:

Temos que $N - 14$ é múltiplo de 18 e de 15, com N sendo o menor possível...

Logo:

$$mmc(18, 15) = N - 14$$

Resolução:

mmc(18, 15) = N – 14

mmc(18, 15) = 90

Então: N – 14 = 90

N = 104

Resolução:

$$R = 14 \quad e \quad N = 104$$

$$N + R = 118$$

4. (ESPM) Um número natural N, quando dividido por 18 ou por 15, deixa o mesmo resto R. Se R é o maior possível e N o menor possível, o valor de N + R é:

a) 98. b) 121. c) 100. d) 105. e) 118.

OBRIGADO!!!!