CADERNO 4 – SEMIEXTENSIVO D

FRENTE 1 – ÁLGEBRA

Módulo 12 – Dispositivo de Briot-Ruffini – Teorema Do Resto

1) $x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 4x - 21$ por $x + 3$

Utilizando o dispositivo de Briot-Ruffini:

1	2	– 2	– 4	– 21	– 3
1	– 1	+ 1	– 7	0	

coeficientes resto

$Q(x) = x^3 - x^2 + x - 7$ e resto nulo

Resposta: E

2) Pelo dispositivo de Briot-Ruffini:

1	1	1	1	1	– 1
1	0	1	0	1	

coeficientes resto

$Q(x) = x^3 + x$ e resto igual a 1

Pelo Teorema do resto:

$P(-1) = (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 1$

Resposta: D

3) Utilizando o Teorema do resto:

$$r = p\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \,.\, \left(\frac{1}{2}\right)^4 - 3 \,.\, \frac{1}{2} + 1 =$$

$$= 2 \,.\, \frac{1}{2^4} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{1}{8} - \frac{3}{2} + 1 = \frac{1 - 12 + 8}{8} = -\frac{3}{8}$$

Resposta: D

4) Pelo dispositivo prático de Briot-Ruffini:

2	– 5	0	– 10	– 1	3
2	1	3	– 1	– 4	

coeficientes resto

$Q(x) = 2x^3 + x^2 + 3x - 1$

Resposta: E

5) Pelo Teorema do resto:

$r = P(1) = 1^5 - 4 \,.\, 1^3 + 2 \,.\, 1 + 1 = 1 - 4 + 2 + 1 = 0$

Resposta: B

6) Pelo Teorema do resto:

$r = 10 \Leftrightarrow p(5) = 10 \Leftrightarrow 5^4 - 4 \,.\, 5^3 - k \,.\, 5 - 75 = 10 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5^3 - 4 \,.\, 5^2 - k - 15 = 2 \Leftrightarrow 125 - 100 - k = 17 \Leftrightarrow k = 8$

Resposta: E

Módulo 13 – Equações Algébricas I

1) a) Sendo x o número real procurado, temos:

$x + x^2 = x^3 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x \,.\, (x^2 - x - 1) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Portanto, o menor número é $\dfrac{1 - \sqrt{5}}{2}$

b) Sendo r e s as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, temos:

$$\text{I)} \begin{cases} r + s = -\dfrac{b}{a} \\ r \,.\, s = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

$$\text{II)}\ w = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} = \frac{s^2 + r^2}{(r \,.\, s)^2} = \frac{(r + s)^2 - 2 \,.\, rs}{(r \,.\, s)^2} =$$

$$= \frac{\left(-\dfrac{b}{a}\right)^2 - 2 \,.\, \dfrac{c}{a}}{\left(\dfrac{c}{a}\right)^2} = \frac{\dfrac{b^2}{a^2} - 2 \,.\, \dfrac{c}{a}}{\dfrac{c^2}{a^2}} =$$

$$= \frac{\dfrac{b^2 - 2ac}{a^2}}{\dfrac{c^2}{a^2}} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2} \,.\, \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$$

2) I)

1	– 4	1	– k	– 1
1	– 5	6	– k	– 6

$x^2 - 5x + 6$ Resto

Se – 1 é raiz, devemos ter $-k - 6 = 0 \Leftrightarrow k = -6$

II) $p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

III) $p(x) = 0 \Rightarrow x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x + 1) \,.\, (x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 2$ ou $x = 3$

Resposta: E

3) I) Utilizando as Relações de Girard, temos:

$$\begin{cases} -1 + a + b = -\dfrac{5}{6} \\ -1 \,.\, a \,.\, b = -\left(\dfrac{-1}{6}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = \dfrac{1}{6} \\ a \,.\, b = -\dfrac{1}{6} \end{cases}$$

II) $(a + b)^2 = a^2 + 2 \,.\, a \,.\, b + b^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^2 = a^2 + 2 \,.\, \left(-\frac{1}{6}\right) + b^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = \frac{1}{36} + \frac{1}{3} = \frac{13}{36}$$

Resposta: A

4) Sendo a e b as outras duas raízes, temos:

$$2 \,.\, a \,.\, b = \frac{-(-2)}{1} \Leftrightarrow a \,.\, b = \frac{2}{2} \Leftrightarrow a \,.\, b = 1$$

Resposta: B

5) Considerando que a P.A. crescente $(a - r; a; a + r)$ seja formada pelas raízes de $P(x) = x^3 - 18x^2 + 8x + 384$, temos:

I) $a - r + a + a + r = \dfrac{-(-18)}{1} \Leftrightarrow 3a = 18 \Leftrightarrow a = 6$

II) $(a - r) \,.\, a \,.\, (a + r) = \dfrac{-384}{1} \Rightarrow (6 - r) \,.\, 6 \,.\, (6 + r) = -384 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6^2 - r^2 = -64 \Leftrightarrow r^2 = 100 \Rightarrow r = 10$, pois a P.A. é crescente

III) A maior raiz é $a + r = 6 + 10 = 16$

Resposta: 16

6) I) $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 28x + 15$ é divisível por $2x - 1$, então:

2	– 5	– 28	15	1/2
$\frac{2}{2}$	$\frac{-4}{2}$	$\frac{-30}{2}$	0	

$\underbrace{\quad}_{Q_1(x) = x^2 - 2x - 15}$ $\underbrace{\quad}_{\text{Resto}}$

Assim, $P(x) = (2x - 1) \,.\, (x^2 - 2x - 15)$

II) $x^2 - 2x - 15$ é divisível por $x + 3$, então:

1	– 2	– 15	– 3
1	– 5	0	

$\underbrace{\quad}_{Q_2(x) = x - 5}$ $\underbrace{\quad}_{\text{Resto}}$

Assim, $P(x) = (2x - 1) \,.\, (x + 3) \,.\, (x - 5)$ e, portanto, $k = 5$

Resposta: A

7) Considerando que a P.A. $(a - r; a; a + r)$ seja formada pelas raízes de $p(x) = x^3 - 6x^2 + kx - 6$, temos:

I) $a - r + a + a + r = \dfrac{-(-6)}{1} \Leftrightarrow 3a = 6 \Leftrightarrow a = 2$

II) $a = 2$ é raiz de $p(x)$, então:

$p(2) = 0 \Rightarrow 2^3 - 6 \,.\, 2^2 + k \,.\, 2 - 6 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8 - 24 + 2k - 6 = 0 \Leftrightarrow 2k = 22 \Leftrightarrow k = 11$

Resposta: E

8) I) Denominando as raízes de r_1, r_2, r_3, com $r_2 \,.\, r_3 = -1$ e aplicando as relações de Girard, obtemos:

$r_1 \,.\, r_2 \,.\, r_3 = -\dfrac{3}{2} \Rightarrow r_1 \,.\, (-1) = -\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow r_1 = \dfrac{3}{2}$

II) $p\left(\dfrac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow 2 \,.\, \left(\dfrac{3}{2}\right)^3 - m \,.\, \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + 4 \,.\, \dfrac{3}{2} + 3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 \,.\, \dfrac{27}{8} - m \,.\, \dfrac{9}{4} + 9 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{27}{4} - \dfrac{9}{4} m + 9 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{27 - 9m + 36}{4} = 0 \Leftrightarrow -9m = -63 \Leftrightarrow m = 7$

III) $p(x) = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 3$

2	– 7	4	3	3/2
2	– 4	– 2	0	

$\Rightarrow$

$\underbrace{\quad}_{Q_1(x) = 2x^2 - 4x - 2}$ $\underbrace{\quad}_{\text{Resto}}$

$\Rightarrow p(x) = \left(x - \dfrac{3}{2}\right) \,.\, (2x^2 - 4x - 2)$

IV) $p(x) = 0 \Rightarrow \left(x - \dfrac{3}{2}\right) \,.\, (2x^2 - 4x - 2) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - \dfrac{3}{2} = 0$ ou $2x^2 - 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$ ou $x = 1 - \sqrt{2}$ ou $x = 1 + \sqrt{2}$

Resposta: a) $m = 7$

b) $V = \{(1 - \sqrt{2}), (1 + \sqrt{2}), 3/2\}$

9) Sendo r_1, r_2 e r_3 as raízes de $p(x) = x^3 - 5x^2 - 52x + 224$, temos:

$$\begin{cases} r_1 = 2r_3 \\ r_1 + r_2 = 1 \\ r_1 + r_2 + r_3 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r_1 = 2r_3 \\ r_1 + r_2 = 1 \\ r_3 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r_1 = 8 \\ r_2 = -7 \\ r_3 = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow r_1 \,.\, r_2 = 8 \,.\, (-7) = -56$

Resposta: C

10) Considerando que a P.G. $\left(\dfrac{r}{q}; r; r \,.\, q\right)$ seja formada pelas raízes de $p(x) = x^3 - a^3x^2 + ax - 1$, temos:

$$\begin{cases} \dfrac{r}{q} \,.\, r \,.\, r \,.\, q = 1 \\ \dfrac{r}{q} \,.\, r + \dfrac{r}{q} \,.\, r \,.\, q + r \,.\, r \,.\, q = a \Leftrightarrow \\ \dfrac{r}{q} + r + r \,.\, q = a^3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r = 1 \\ \dfrac{1}{q} + 1 + q = a \\ \dfrac{1}{q} + 1 + q = a^3 \end{cases} \Rightarrow a = a^3 \Leftrightarrow a - a^3 = 0$$

Resposta: C

11) I) $3^{3x} - 13 \,.\, 3^{2x} + 39 \,.\, 3^x - 27 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (3^x)^3 - 13 \,.\, (3^x)^2 + 39 \,.\, 3^x - 27 = 0$

Fazendo $y = 3^x$, temos:

$y^3 - 13y^2 + 39y - 27 = 0$

II) Denominando de x_1, x_2, x_3 as raízes da equação e considerando $y_1 = 3^{x_1}$; $y_2 = 3^{x_2}$; $y_3 = 3^{x_3}$; aplicando-se a última Relação de Girard, obtêm-se:

$y_1 \,.\, y_2 \,.\, y_3 = 27 \Rightarrow 3^{x_1} \,.\, 3^{x_2} \,.\, 3^{x_3} = 3^3 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3$

Resposta: E

■ Módulo 14 – Equações Algébricas II

1) Na equação $x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 0$, aplicando o dispositivo de Briot-Ruffini, temos:

1	– 1	– 3	5	– 2	1
1	0	– 3	2	0	1
1	1	– 2	0		1
1	2	0			1
1	3				

Portanto, 1 é raiz tripla

Outra maneira de resolver é utilizar o teorema das raízes múltiplas, aplicando as derivadas sucessivas da função polinomial, assim:

I) $F(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$
$F(1) = 1^4 - 1^3 - 3 \,.\, 1^2 + 5 \,.\, 1 - 2 = 0 \Rightarrow$ 1 é raiz de $F(x)$

II) $F'(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x + 5$
$F'(1) = 4 \,.\, 1 - 3 \,.\, 1 - 6 \,.\, 1 + 5 = 0 \Rightarrow$ 1 é raiz de $F'(x)$

III) $F''(x) = 12x^2 - 6x - 6$
$F''(1) = 12 \,.\, 1 - 6 \,.\, 1 - 6 = 0 \Rightarrow$ 1 é raiz de $F''(x)$

IV) $F'''(x) = 24x - 6$
$F'''(1) = 24 \,.\, 1 - 6 = 18 \Rightarrow$ 1 não é raiz de $F'''(x)$

1 é raiz de $F(x)$; $F'(x)$ e de $F''(x)$, portanto, 1 é raiz tripla de $F(x)$.

Resposta: C

2) Na equação $x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 20x + 8 = 0$, aplicando o dispositivo de Briot-Ruffini, temos:

1	– 7	18	– 20	8	2
1	– 5	8	– 4	0	2
1	– 3	2	0		2
1	– 1	0			2
1	1				

Portanto, 2 é raiz tripla (multiplicidade 3).

Outra maneira de resolver é utilizar o teorema das raízes múltiplas, aplicando as derivadas sucessivas da função polinomial, assim:

I) $F(x) = x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 20x + 8$
$F(2) = 2^4 - 7 \,.\, 2^3 + 18 \,.\, 2^2 - 20 \,.\, 2 + 8 = 0 \Rightarrow$ 2 é raiz de $F(x)$

II) $F'(x) = 4x^3 - 21x^2 + 36x - 20$
$F'(2) = 4 \,.\, 2^3 - 21 \,.\, 2^2 + 36 \,.\, 2 - 20 = 0 \Rightarrow$ 2 é raiz de $F'(x)$

III) $F''(x) = 12x^2 - 42x + 36$
$F''(2) = 12 \,.\, 2^2 - 42 \,.\, 2 + 36 = 0 \Rightarrow$ 2 é raiz de $F''(x)$

IV) $F'''(x) = 24x - 42$
$F'''(2) = 24 \,.\, 2 - 42 = 6 \Rightarrow$ 2 não é raiz de $F'''(x)$

2 é raiz de $F(x)$; $F'(x)$ e $F''(x)$, portanto, 2 é raiz de multiplicidade 3.

Resposta: B

3) Na alternativa "C" temos: $P(x) = x^3(x - 1)$, que equivale a $P(x) = (x - 0)^3 \,.\, (x - 1)$. Neste caso 0 é raiz de multiplicidade 3 e 1 é raiz simples.

Resposta: C

4) Se *a* é uma raiz tripla da equação $x^3 + mx^2 + nx - 8 = 0$, devemos ter:

$(x - a)^3 = x^3 + mx^2 + mx - 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2a + 3xa^2 - a^3 = x^3 + mx^2 + nx - 8 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3a = m \\ 3a^2 = n \\ -a^3 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -6 \\ n = 12 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow m - n = -6 - 12 = -18$$

Outra maneira de resolver:

I) Para descobrir a raiz real de multiplicidade 3, obteremos sucessivas derivadas:

- $F(x) = x^3 + mx^2 + nx - 8$
- $F'(x) = 3x^2 + 2mx + n$
- $F''(x) = 6x + 2m$

II) $$\begin{cases} x^3 + mx^2 + nx - 8 = 0 \\ 3x^2 + 2mx + n = 0 \\ 6x + 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x \,.\, x^2 + nx - 8 = 0 \\ 3x^2 - 6x \,.\, x + n = 0 \\ m = -3x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x^3 + nx = 8 \\ -3x^2 + n = 0 \\ m = -3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^3 + 3x^2 \,.\, x = 8 \\ n = 3x^2 \\ m = -3x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 8 \\ n = 3x^2 \\ m = -3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ n = 3x^2 \\ m = -3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ n = 12 \\ m = -6 \end{cases}$$

III) $m - n = -6 - 12 = -18$

Resposta: A

5) a) O polinômio $P(x) = x^3 + x^2 + mx + n$ é divisível por $x - 1$, então: $P(1) = 0 \Rightarrow 1^3 + 1^2 + m + n = 0 \Leftrightarrow n = -m - 2$

b)

1	1	m	– m – 2	1
1	2	m + 2	0	

$\Rightarrow$

$Q_1(x) = x^2 + 2x + m + 2$ Resto

$\Rightarrow P(x) = (x - 1) \,.\, (x^2 + 2x + m + 2)$

Para que $P(x)$ admita raiz dupla diferente de 1, é necessário que $x^2 + 2x + m + 2 = 0$ tenha raiz dupla, assim, devemos ter:

$\Delta = 0 \Rightarrow 4 - 4 \,.\, (m + 2) = 0 \Leftrightarrow 4 - 4m - 8 = 0 \Leftrightarrow m = -1$

c) Para que $P(x)$ admita três raízes reais distintas é necessário que o fator $x^2 + 2x + m + 2 = 0$ tenha $\Delta > 0$ e não admita 1 como raiz, assim, devemos ter:

$$\begin{cases} 2^2 - 4 \,.\, (m + 2) > 0 \\ 1^2 + 2 \,.\, 1 + m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 4m - 8 > 0 \\ 1 + 2 + m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m \neq -5 \end{cases}$$

Respostas: a) $n = -m - 2$
b) $m = -1$
c) $m \neq -5$ e $m < -1$

6) Para que x = 0 seja uma raiz de multiplicidade 3, é necessário que α, β e γ satisfaçam o sistema:

$$\begin{cases} \alpha - \beta - 2\gamma \neq 0 \\ \alpha + 2\beta + 2\gamma - 2 = 0 \\ \alpha - \beta - \gamma + 1 = 0 \\ 2\alpha + \beta + \gamma - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha - \beta - 2\gamma \neq 0 \\ \alpha + 2\beta + 2\gamma = 2 \\ \alpha - \beta - \gamma = -1 \\ \alpha = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\beta - 2\gamma \neq 0 \\ \beta + \gamma = 1 \\ \beta + \gamma = 1 \\ \alpha = 0 \end{cases}$$

Para $\gamma = m$, $m \in \mathbb{R}$, temos:

$\beta = 1 - m$ e $\beta \neq -2m \Rightarrow -2m \neq 1 - m \Leftrightarrow m \neq -1$

Resposta: $\alpha = 0$; $\beta = 1 - m$; $\gamma = m$, com $m \in \mathbb{R}$ e $m \neq -1$

7) I) Na equação $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$, os coeficientes são números inteiros, as raízes racionais da equação são do tipo $\frac{p}{q}$, p e q inteiros e primos entre si; p é divisor de 1 e q é divisor de 1.

Portanto, 1 e – 1 são candidatos à raízes. Como – 1 não verifica a equação, temos 1 como raiz.

II)

1	1	– 4	1	1	1
1	2	– 2	– 1	0	1
1	3	1	0		

$\Rightarrow$

$\Rightarrow x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 \cdot (x^2 + 3x + 1) = 0$

III) Em $x^2 + 3x + 1 = 0$ estão as raízes não inteiras. Temos:

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$$

IV) Se m é a maior raiz não inteira, então $m = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$,

assim:

$$m + \frac{1}{m} = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} + \frac{2}{-3 + \sqrt{5}} =$$

$$= \frac{(-3 + \sqrt{5})^2 + 4}{2 \cdot (-3 + \sqrt{5})} = \frac{9 - 6\sqrt{5} + 5 + 4}{2 \cdot (-3 + \sqrt{5})} =$$

$$= \frac{18 - 6\sqrt{5}}{2 \cdot (-3 + \sqrt{5})} = \frac{9 - 3\sqrt{5}}{-3 + \sqrt{5}} =$$

$$= \frac{3 \cdot (3 - \sqrt{5})}{-3 + \sqrt{5}} \cdot \frac{(-3 - \sqrt{5})}{-3 - \sqrt{5}} = \frac{3 \cdot (3 - \sqrt{5}) \cdot [-(3 + \sqrt{5})]}{9 - 5} =$$

$$= \frac{-3 \cdot (3 - \sqrt{5}) \cdot (3 + \sqrt{5})}{4} = \frac{-3 \cdot (9 - 5)}{4} = \frac{-3 \cdot 4}{4} = -3$$

Resposta: B

8) I) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x^2)^2 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = -1$ ou $x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = i^2$ ou $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm i$ ou $x = \pm 2$

II) – 2 e 2 são números reais racionais

Resposta: D

9) I) Se $i\sqrt{2}$ é uma raiz, então $-i\sqrt{2}$ também é raiz.

II) Na equação $x^3 + 5x^2 + 2x + 10 = 0$, as raízes são $i\sqrt{2}$, $-i\sqrt{2}$ e *a*, assim, pela primeira Relação de Girard, temos:

$i\sqrt{2} + (-i\sqrt{2}) + a = -5 \Leftrightarrow a = -5$

Resposta: D

10) I) Se 1 – i é raiz da equação, então 1 + i também é raiz.

II) Na equação $x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 2x - 4 = 0$, as raízes são 1 – i, 1 + i, a e b, assim, pela primeira Relação de Girard, temos:

$1 - i + 1 + i + a + b = 3 \Leftrightarrow a + b = 1$

Resposta: C

11) I) Do enunciado, é possível concluir que se trata de um polinômio do 3º grau, cujas raízes são: 1, i, – i.

II) Denominando de P(x) este polinômio, pode-se escrevê-lo na forma fatorada: $P(x) = a \cdot (x - 1) \cdot (x + i) \cdot (x - i)$

III) $P(0) = -1 \Rightarrow a \cdot (0 - 1) \cdot (0 + i) \cdot (0 - i) = -1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -a = -1 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow P(x) = (x - 1) \cdot (x + i) \cdot (x - i)$

IV) $P(-1) = (-1 - 1) \cdot (-1 + i) \cdot (-1 - i) = (-2) \cdot (i - 1) \cdot [-(i + 1)] =$

$= 2 \cdot (i - 1) \cdot (i + 1) = 2 \cdot (-1 - 1) = -4$

Resposta: A

12) I) Caso P(x) tenha raízes racionais e levando-se em conta que o coeficiente do termo de maior grau é 1, são possíveis raízes de p(x): 1, – 1, 2, – 2, 5, – 5, 10, – 10.

II) Verificando as possíveis raízes obtêm-se P(2) = 0, portanto, 2 é raiz.

III) Denominando as raízes não reais de r_1 e r_2 e aplicando a última Relação de Girard, obtêm-se:

$r_1 \cdot r_2 \cdot 2 = 10 \Leftrightarrow r_1 \cdot r_2 = 5$

Resposta: E

13) Se a, b e c são as raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$, pelas relações de Girard, temos:

$$\begin{cases} ab + ac + bc = 3 \\ abc = 4 \end{cases}$$

Portanto, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc + ac + ab}{abc} = \frac{3}{4}$

Resposta: D

14) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = x^2(x - 3) - 4(x - 3) =$

$= (x^2 - 4)(x - 3) = (x + 2)(x - 2)(x - 3)$

As raízes simétricas são – 2 e 2 e a outra raiz é 3.

Outro modo de resolução:

A soma de duas raízes simétricas é zero.

Sendo r a terceira raiz, temos: $0 + r = 3 \Leftrightarrow r = 3$

Resposta: D

15) I) x = 2 é raiz da equação, portanto:

$2^3 - 4 \cdot 2^2 + m \cdot 2 - 4 = 0 \Leftrightarrow 2m = 12 \Leftrightarrow m = 6$

II) Dividindo-se $x^3 - 4x^2 + 6x - 4$ por x – 2, temos:

1	– 4	6	– 4	2
1	– 2	2	0	

III) $x^3 - 4x^2 + 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2) \, . \, (x^2 - 2x + 2) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 2 = 0$ ou $x^2 - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x^2 - 2x + 2 = 0$

IV) Em $x^2 - 2x + 2 = 0$, as raízes não são reais, pois

$\Delta = 4 - 8 = -4$

Resposta: E

16) I) O polinômio é do 4º grau e tem 2 raízes reais: -2 e -1. Essas duas raízes são os valores de a e b, pois sua soma é -3, o que impede de serem raízes de $x^2 - 2x + c$, assim:

$p(x) = (x + 1)(x + 2)(x^2 - 2x + c)$

II) $p(0) = 10 \Rightarrow 2c = 10 \Leftrightarrow c = 5$, portanto,

$p(x) = (x + 1) \, . \, (x + 2) \, . \, (x^2 - 2x + 5)$

As raízes complexas de p(x) são as raízes de $x^2 - 2x + 5$, assim:

$$x^2 - 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{2 \pm 4i}{2} = 1 \pm 2i$$

Resposta: D

17) Se m é raiz dupla e $n = -2m$ é raiz simples da equação $x^3 - 75x + 250 = 0$, temos:

$m.m.n = -250 \Leftrightarrow m \, . \, m \, . \, (-2m) = -250 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow m^3 = 125 \Leftrightarrow m = 5$

Como $n = -2m$, então $n = -10$

Resposta: $m = 5$; $n = -10$

18) Se -2 é raiz dupla da equação $2x^4 + x^3 - 17x^2 - 16x + 12 = 0$, temos:

2	1	– 17	– 16	12	– 2
2	– 3	– 11	6	0	– 2
2	– 7	3	0		

As demais raízes da equação são raízes de $2x^2 - 7x + 3$, cuja soma é $\dfrac{7}{2}$.

Resposta: B

19) $$p(x) = \det A = \begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 0 & x & 1 - \dfrac{x}{2} \\ 2 & 0 & x \end{vmatrix} = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

a) $p(2) = 2^3 - 2 \, . \, 2^2 - 2 + 2 = 0$, logo, 2 é raiz de p(x)

b) $p(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2 = x^2 \, (x - 2) - 1(x - 2) = (x - 2).(x^2 - 1)$

raízes de $p(x) \Rightarrow p(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2).(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 2 = 0$ ou $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$ ou $x = 1$

Respostas: a) 2 é raiz, pois $p(2) = 0$

b) As raízes de p(x) são: -1; 1 e 2.

20) Sejam r, s e t as raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 3x + 1 = 0$:

$$\begin{cases} r + s + t = 2 \\ rs + rt + st = 3 \\ rst = -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow r + s + t = 2 \Leftrightarrow (r + s + t)^3 = 8 \Leftrightarrow (r + s + t)^2 \, (r + s + t) = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (r^2 + s^2 + t^2 + 2rs + 2rt + 2st)(r + s + t) = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r^3 + s^3 + t^3 + 3(r^2s + r^2t + rs^2 + rt^2 + s^2t + st^2) + 6rst = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r^3 + s^3 + t^3 + 3(r^2s + r^2t + rs^2 + rt^2 + s^2t + st^2) + 9rst - 3rst = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r^3 + s^3 + t^3 + 3(r^2s + r^2t + rst) + 3(rs^2 + s^2t + rst) +$

$+ 3(rt^2 + st^2 + rst) - 3rst = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r^3 + s^3 + t^3 + 3r(rs + rt + st) + 3s(rs + rt + st) +$

$+ 3t(rs + rt + st) - 3rst = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r^3 + s^3 + t^3 + (rs + rt + st) \, . \, 3 \, . \, (r + s + t) - 3rst = 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow r^3 + s^3 + t^3 + 3 \, . \, 3 \, . \, 2 - 3 \, . \, (-1) = 8 \Leftrightarrow r^3 + s^3 + t^3 = -13$

Resposta: C

21) I) Desenvolvendo o determinante, obtemos $p = 2x^3 + x^2 - 3$, e observamos que 1 é raiz de p

II) Dividindo-se p por $x - 1$, temos:

2	1	0	– 3	1
2	3	3	0	

O quociente é $2x^2 + 3x + 3$ e as raízes do quociente são $\dfrac{-3 \pm \sqrt{-15}}{4}$, que são dois números não reais e conjugados.

Resposta: D

Módulo 15 – Exercícios de Polinômios

1) $gr(f) = n + 2$

$gr(g) = n - 1$

$$\begin{array}{l|l} f(x) & g(x) \\ \cline{2-2} r(x) & q(x) \end{array}$$

I) $gr(q) = gr(f) - gr(g) = (n + 2) - (n - 1) = 2 + 1 = 3 \Rightarrow gr(q) = 3$

II) $0 \leqslant gr(r) < gr(g) \Rightarrow 0 \leqslant gr(r) < n - 1$; $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geqslant 2$

2) $4x^2 - (x^2 + x^3) + x^3 + 2x - 3x^2 - 2x =$

$= 4x^2 - x^2 - x^3 + x^3 + 2x - 3x^2 - 2x = 4x^2 - 4x^2 + 0 \, . \, x^3 + 0 \, . \, x =$

$= 0 \, . \, x^3 + 0 \, . \, x^2 + 0 \, . \, x$

Resposta: E

3) I) $ax^2 + b(x + 1)^2 + c(x + 2)^2 = (x + 3)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ax^2 + bx^2 + 2bx + b + cx^2 + 4cx + 4c = x^2 + 6x + 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (a + b + c) \, . \, x^2 + (2b + 4c) \, . \, x + b + 4c = x^2 + 6x + 9$

II) $$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ 2b + 4c = 6 \\ b + 4c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 1 \\ b + 2c = 3 \\ b + 4c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 1 \\ b + 4c = 9 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = -2 \\ b = -3 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 3 \end{cases}$$

III) $a - b + c = 1 - (-3) + 3 = 1 + 3 + 3 = 7$

Resposta: E

4) I) $P_1(x) = (m + n + p)x^4 - (p + 1)x^3 + mx^2 + (n - p)x + n$

II) $P_2(x) = 2mx^3 + (2p + 7)x^2 + 5mx + 2m$

III) $P_1(x) = P_2(x) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + n + p = 0 \\ -p - 1 = 2m \\ m = 2p + 7 \\ n - p = 5m \\ n = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + n + p = 0 \\ 2m + p = -1 \\ m = 2p + 7 \\ n - p = 5m \\ n = 2m \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + n + p = 0 \\ p = -3 \\ m = 1 \\ n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \\ p = -3 \end{cases}$$

Resposta: A

5) $\dfrac{x+3}{x^2-1} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{x+1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+3}{(x-1)\,.\,(x+1)} = \dfrac{A\,.\,(x+1) + B\,.\,(x-1)}{(x-1)\,.\,(x+1)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow Ax + A + Bx - B = x + 3 \Leftrightarrow (A + B)\,.\,x + (A - B) = x + 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} A + B = 1 \\ A - B = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2 \\ B = -1 \end{cases}$

Resposta: E

6) $\dfrac{8}{x^3 - 4x} = \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{x-2} + \dfrac{c}{x+2} \Leftrightarrow \dfrac{8}{x\,.\,(x-2)\,.\,(x+2)} =$

$= \dfrac{a\,.\,(x-2)\,.\,(x+2) + b\,.\,x\,.\,(x+2) + c\,.\,x\,.\,(x-2)}{x\,.\,(x-2)\,.\,(x+2)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a(x^2 - 4) + bx^2 + 2bx + cx^2 - 2cx = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (a + b + c)x^2 + (2b - 2c)x - 4a = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = c = 0 \\ 2b - 2c = 0 \\ -4a = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$

Resposta: E

7) I) $\begin{array}{l|l} P(x) & x^2 + x - 1 \\ \hline 13x + 5 & x - 5 \end{array}$

Portanto:

$P(x) = (x^2 + x - 1)\,.\,(x - 5) + 13x + 5$

II) $P(1) = (1^2 + 1 - 1)\,.\,(1 - 5) + 13\,.\,1 + 5 = -4 + 13 + 5 = 14$

Resposta: E

8) I)

$$\begin{array}{l|l} x^3 + mx^2 - 1 & x^2 + x - 1 \\ \cline{2-2} -x^3 - x^2 + x & x + (m-1) \\ \hline (m-1)\,.\,x^2 + x - 1 & \\ -(m-1)\,.\,x^2 - (m-1)\,.\,x + m - 1 & \\ \hline (-m+2)\,.\,x + m - 2 & \end{array}$$

II) $(-m + 2)\,.\,x + m - 2 = 0\,.\,x + 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m + 2 = 0 \\ m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$

Resposta: E

9) I)

$$\begin{array}{l|l} ax^4 + 5x^2 - ax + 4 & x^2 - 4 \\ \cline{2-2} -ax^4 + 4ax^2 & ax^2 + (5 + 4a) \\ \hline (5 + 4a)x^2 - ax + 4 & \\ -(5 + 4a)x^2 + 16a + 20 & \\ \hline -ax + 16a + 24 & \end{array}$$

II) $r(4) = 0 \Rightarrow r(4) = -4a + 16a + 24 = 0 \Rightarrow 12a = -24 \Rightarrow a = -2$

III) $Q(x) = ax^2 + (5 + 4a) = -2x^2 + [5 + 4\,.\,(-2)] = -2x^2 - 3$

IV) $Q(1) = -2\,.\,(1)^2 - 3 = -2 - 3 = -5$

Resposta: C

10) Note que $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)\,.\,(x - 1)$

Fazendo $P(x) = x^{80} + 3\,.\,x^{79} - x^2 - x - 1$, temos:

I) $\begin{array}{l|l} x^{80} + 3\,.\,x^{79} - x^2 - x - 1 & x + 3 \\ \hline r_1 & Q_1(x) \end{array}$

$r_1 = P(-3) = (-3)^{80} + 3\,.\,(-3)^{79} - (-3)^2 - (-3) - 1 =$
$= 3^{80} - 3^{80} - 9 + 3 - 1 = -7 \Rightarrow P(-3) = -7$

II) $\begin{array}{l|l} x^{80} + 3\,.\,x^{79} - x^2 - x - 1 & x - 1 \\ \hline r_2 & Q_2(x) \end{array}$

$r_2 = P(1) = 1^{80} + 3\,.\,1^{79} - 1^2 - 1 - 1 = 1 + 3 - 1 - 1 - 1 = 1 \Rightarrow$
$\Rightarrow P(1) = 1$

III) $\begin{array}{l|l} P(x) & (x + 3)\,.\,(x - 1) \\ \hline R(x) = ax + b & Q(x) \end{array} \Rightarrow$

$\Rightarrow P(x) = (x + 3)\,.\,(x - 1)\,.\,Q(x) + ax + b$

IV) $\begin{cases} P(-3) = -7 \\ P(1) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a + b = -7 \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow R(x) = 2x - 1$

V) $R(0) = 2\,.\,0 - 1 = -1$

Resposta: B

11) I) $\begin{array}{l|l} f & x^2 - 1 \\ \hline kx - 9 & 2x + 1 \end{array} \Rightarrow f(x) = (x^2 - 1)\,.\,(2x + 1) + kx - 9$

II) Se f(x) é divisível por $x - 2$, então $f(2) = 0$, portanto:
$(2^2 - 1)\,.\,(2\,.\,2 + 1) + 2k - 9 = 0 \Leftrightarrow 3\,.\,5 + 2k - 9 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2k = -6 \Leftrightarrow k = -3$

Resposta: D

12) Pelo Teorema do resto, temos que o resto é igual a p(3), então:

$a\,.\,3^3 - 2\,.\,3 + 1 = 4 \Leftrightarrow 27a - 6 + 1 = 4 \Leftrightarrow 27a = 9 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{3}$

Resposta: B

13) I) Se P(x) é divisível por $x - 2$, então:
$P(2) = 0 \Rightarrow 2^5 + a\,.\,2^4 - 2b = 0 \Leftrightarrow 2^4 + 2^3\,.\,a - b = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 16 + 8a - b = 0 \Leftrightarrow 8a - b = -16$

II) P(x) dividido por x + 2 dá resto 8, então:

$P(-2) = 8 \Rightarrow (-2)^5 + a \cdot (-2)^4 - b \cdot (-2) = 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -32 + 16a + 2b = 8 \Leftrightarrow -16 + 8a + b = 4 \Leftrightarrow 8a + b = 20$

III) $\begin{cases} 8a - b = -16 \\ 8a + b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{4} \\ b = 18 \end{cases}$

Resposta: C

14) Sendo $p(x) = x^3 + ax^2 + bx$, pelo Teorema do resto, temos:

$\begin{cases} p(2) = 2 \\ p(1) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 + 4a + 2b = 2 \\ 1 + a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = -3 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 9 \end{cases}$

Resposta: A

15) I) Se p(x) é divisível por x – 3, então p(3) = 0

II) $\begin{array}{r|l} p(x) & x - 1 \\ \hline 10 & q(x) \end{array} \Rightarrow p(x) = (x - 1) \cdot q(x) + 10$

III) Chamando de r o resto da divisão de q(x) por x – 3, temos: r = q(3)

IV) Para x = 3, temos:

$p(3) = (3 - 1) \cdot q(3) + 10 \Rightarrow 2 \cdot q(3) + 10 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow q(3) = -\dfrac{10}{2} \Leftrightarrow q(3) = -5 \Rightarrow r = -5$

Resposta: A

16) I) Pelo Teorema do resto, p(2) = 1 e p(3) = 2

II) Notar que $x^2 - 5x + 6 = (x - 2) \cdot (x - 3)$. Portanto, temos:

$\begin{array}{r|l} p(x) & (x-2).(x-3) \\ \hline r(x) = ax + b & Q(x) \end{array} \Rightarrow$

$\Rightarrow p(x) = (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot Q(x) + ax + b$

III) $\begin{cases} p(2) = 1 \\ p(3) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow r(x) = x - 1$

Resposta: D

FRENTE 2 – ÁLGEBRA

■ Módulo 12 – Noção Geral de Média

1) $\dfrac{\dfrac{3}{5} + \dfrac{13}{4} + \dfrac{1}{2}}{3} = \dfrac{\dfrac{12 + 65 + 10}{20}}{3} = \dfrac{87}{20} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{29}{20}$

Resposta: $\dfrac{29}{20}$

2) $\sqrt[3]{6 \cdot 16 \cdot 18} = \sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot 2^4 \cdot 2 \cdot 3^2} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 3^3} = 2^2 \cdot 3 = 12$

Resposta: 12

3) $\dfrac{3}{\dfrac{5}{3} + \dfrac{4}{13} + \dfrac{2}{1}} = \dfrac{3}{\dfrac{65 + 12 + 78}{39}} = \dfrac{3}{1} \cdot \dfrac{39}{155} = \dfrac{117}{155}$

Resposta: $\dfrac{117}{155}$

4) $\sqrt[7]{\left(2\sqrt[3]{2}\right)^3 \cdot \left(4\sqrt{2}\right)^4} = \sqrt[7]{2^3 \cdot 2 \cdot 4^4 \cdot 2^2} =$

$= \sqrt[7]{2^3 \cdot 2 \cdot 2^8 \cdot 2^2} = \sqrt[7]{2^{14}} = 2^2 = 4$

Resposta: 4

5) $\dfrac{5 \cdot 1{,}80 + 3 \cdot 1{,}50 + 2 \cdot 2{,}50}{5 + 3 + 2} =$

$= \dfrac{9{,}00 + 4{,}50 + 5{,}00}{10} = \dfrac{18{,}50}{10} = 1{,}85$

Resposta: B

6) $\dfrac{1{,}5 \cdot 36 + 1 \cdot 45}{1{,}5 + 1} = \dfrac{54 + 45}{2{,}5} = \dfrac{99}{2{,}5} = 39{,}6$

Resposta: E

7) Se S é a soma dos 28 números, então:

$\dfrac{S}{28} = 27 \Leftrightarrow S = 756$

A nova média será:

$\dfrac{756 - 25 - 28 - 30}{25} = \dfrac{673}{25} = 26{,}92$

Resposta: A

8) I) A soma dos 100 números é $100 \cdot 9{,}83 = 983$

$\dfrac{983 - x - y}{98} = 8{,}5 \Leftrightarrow x + y = 150$

II) $\begin{cases} x + y = 150 \\ 3x - 2y = 125 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 300 \\ 3x - 2y = 125 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 85 \\ y = 65 \end{cases}$

Resposta: D

9) Para que um dos 5 números assuma o maior valor possível, os demais números terão de assumir os menores valores possíveis, que são 1, 2, 3 e 4, pois os números são inteiros, distintos e positivos.

Se x é o maior valor possível, então:

$\dfrac{1 + 2 + 3 + 4 + x}{5} = 16 \Leftrightarrow 10 + x = 80 \Leftrightarrow x = 70$

Resposta: D

10) $\dfrac{\text{média de 2000}}{\text{média de 1990}} = \dfrac{\dfrac{10.4 + 5.8 + 10.11 + 12.15}{10 + 5 + 10 + 12}}{\dfrac{8.4 + 4.8 + 5.11 + 3.15}{8 + 4 + 5 + 3}} =$

$= \dfrac{370}{37} \cdot \dfrac{20}{164} \simeq 1{,}22 = 122\%$

Resposta: E

11) Se x foi a nota obtida pelo aluno na 4ª prova, então:

$$\frac{1 \,.\, 6{,}5 + 2 \,.\, 7{,}3 + 3 \,.\, 7{,}5 + 2x + 2 \,.\, 6{,}2}{1 + 2 + 3 + 2 + 2} = 7{,}3 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 56 + 2x = 73 \Leftrightarrow 2x = 17 \Leftrightarrow x = 8{,}5$

Resposta: B

12) $$\frac{0{,}70 + 1{,}59 + 0{,}31 + 0{,}25 - 1{,}17}{5} = 0{,}336 \simeq 0{,}3$$

Resposta: C

Módulo 13 – Razões, Proporções e Regra de Três

1) $$\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3} \\[2mm] \dfrac{x+2}{y+2} = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2y \\ 5x + 10 = 3y + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 5x - 3y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -12 \end{cases} \Rightarrow x \,.\, y = (-8) \,.\, (-12) = 96$$

Resposta: B

2) $$\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{8} \\[2mm] y + 2x = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y - 8x = 0 \\ y + 2x = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 24 \end{cases}$$

Resposta: C

3) Se (2; 3; x; …) e (8; y; 4; …) são G.D.P., então:

$$\frac{2}{8} = \frac{3}{y} = \frac{x}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 24 \\ 8x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 12 \end{cases}$$

Resposta: C

4) Se (a; 2; 5; …) e (3; 6; b; …) são G.I.P., então:

I) $a \,.\, 3 = 2 \,.\, 6 = 5 \,.\, b \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = \dfrac{12}{5} \end{cases}$

II) $a + mb = 10 \Rightarrow 4 + m \,.\, \dfrac{12}{5} = 10 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow m \,.\, \dfrac{12}{5} = 6 \Leftrightarrow m = \dfrac{30}{12} = 2{,}5$

Resposta: D

5) Se m(2; m) e n + 5(1 + 5; 4 + 5) são G.D.P., então:

$$\frac{2}{1+5} = \frac{m}{4+5} \Leftrightarrow \frac{2}{6} = \frac{m}{9} \Leftrightarrow m = 3$$

Resposta: D

6) Se p(1; p) e q + 2(4 + 2; 1 + 2) são G.I.P., então:

$1 \,.\, (4 + 2) = p \,.\, (1 + 2) \Leftrightarrow 1 \,.\, 6 = p \,.\, 3 \Leftrightarrow p = 2$

Resposta: D

7) $$1^2 \,.\, 2 = 2^2 \,.\, p = m^2 \,.\, 8 \Leftrightarrow \begin{cases} p = \dfrac{1}{2} \\[2mm] m = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Resposta: B

8) $S = \pi R^2 \Leftrightarrow \dfrac{S}{R^2} = \pi$

Resposta: Somente a afirmação (V) é correta.

9) $\dfrac{p}{d} = \dfrac{10{,}4}{100} \Leftrightarrow p = \dfrac{10{,}4 \,.\, d}{100}$

Resposta: $p = \dfrac{10{,}4 \,.\, d}{100}$

10) I) $x + y + z = 70$

II) $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{5} = \dfrac{x + y + z}{2 + 3 + 5} = \dfrac{70}{10} = 7$

III) $$\begin{cases} \dfrac{x}{2} = 7 \\[2mm] \dfrac{y}{3} = 7 \\[2mm] \dfrac{z}{5} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 21 \\ z = 35 \end{cases} \Rightarrow x + z = 14 + 35 = 49$$

Resposta: B

11) I) $x + y + z = 660$

II) $\dfrac{x}{\frac{1}{2}} = \dfrac{y}{\frac{1}{3}} = \dfrac{z}{\frac{1}{6}} = \dfrac{x + y + z}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \dfrac{660}{\frac{6}{6}} = 660$

III) $$\begin{cases} \dfrac{x}{\frac{1}{2}} = 660 \\[2mm] \dfrac{y}{\frac{1}{3}} = 660 \\[2mm] \dfrac{z}{\frac{1}{6}} = 660 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 330 \\ y = 220 \\ z = 110 \end{cases}$$

Resposta: A

12) Sejam x, y e z as quantidades produzidas, respectivamente, por João, Pedro e Paulo.

I) $x + y + z = 200$

II) $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{5} = \dfrac{x + y + z}{2 + 3 + 5} = \dfrac{200}{10} = 20$

III) $$\begin{cases} \dfrac{x}{2} = 20 \\[2mm] \dfrac{y}{3} = 20 \\[2mm] \dfrac{z}{5} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \\ z = 100 \end{cases}$$

Resposta: D

13) Hagar deve pagar 3k e seu acompanhante deve pagar k.

$3k + k = 28 \Leftrightarrow k = 7 \Rightarrow 3k = 21$

Resposta: C

14) I) $x + y + z = 40$ mil

II) $\dfrac{x}{20} = \dfrac{y}{30} = \dfrac{z}{50} = \dfrac{x + y + z}{20 + 30 + 50} = \dfrac{40 \text{ mil}}{100} = 0{,}4$ mil

III) $\begin{cases} \dfrac{x}{20} = 0{,}4 \text{ mil} \\ \dfrac{y}{30} = 0{,}4 \text{ mil} \\ \dfrac{z}{50} = 0{,}4 \text{ mil} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ mil} \\ y = 12 \text{ mil} \\ z = 20 \text{ mil} \end{cases}$

Resposta: C

15) Se x é a quantidade (em kg) despejada por B, então, A despeja 2x e C despeja 0,2 . 2x, assim:
$x + 2x + 0{,}4x = 170 \Leftrightarrow 3{,}4x = 170 \Leftrightarrow x = 50$
Portanto, A despeja 100kg, B despeja 50kg e C despeja 20kg.
Resposta: A despeja 100kg; B, 50kg e C, 20kg

16) $\begin{cases} c = a + b \\ a = \dfrac{c}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = c - a \\ c = 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ c = 4a \end{cases}$

$(a, b, c) = (a, 3a, 4a)$
Resposta: C

17) a) $x + y + z = 1280$

$\dfrac{x}{8} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z}{7} = \dfrac{x + y + z}{8 + 5 + 7} = \dfrac{1280}{20} = 64$

$\begin{cases} \dfrac{x}{8} = 64 \\ \dfrac{y}{5} = 64 \\ \dfrac{z}{7} = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 512 \\ y = 320 \\ z = 448 \end{cases}$

b) $a + b + c = 1280$

$\dfrac{a}{\frac{1}{5}} = \dfrac{b}{\frac{1}{2}} = \dfrac{c}{\frac{1}{10}} = \dfrac{a + b + c}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10}} = \dfrac{1280}{\frac{8}{10}} = 1600$

$\begin{cases} \dfrac{a}{\frac{1}{5}} = 1600 \\ \dfrac{b}{\frac{1}{2}} = 1600 \\ \dfrac{c}{\frac{1}{10}} = 1600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 320 \\ b = 800 \\ c = 160 \end{cases}$

Respostas: a) R\$ 512,00; R\$ 320,00 e R\$ 448,00
b) R\$ 320,00; R\$ 800,00 e R\$ 160,00

18) Sejam x, y e z as quantias, em milhares de reais, que caberão a cada um dos respectivos colocados.

$\dfrac{x}{50} = \dfrac{y}{43} = \dfrac{z}{37} = \dfrac{x + y + z}{50 + 43 + 37} = \dfrac{780}{130} = 6$

$\begin{cases} \dfrac{x}{50} = 6 \\ \dfrac{y}{43} = 6 \\ \dfrac{z}{37} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 258 \\ z = 222 \end{cases}$

Resposta: R\$ 300.000,00; R\$ 258.000,00 e R\$ 222.000,00

19) Sejam x e y os potenciais em watts, de cada uma dos sistemas.
I) $x + y = 2\,800\,000$

II) $\dfrac{x.400}{1200} = \dfrac{y.200}{800} \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{x + y}{3 + 4} = \dfrac{2\,800\,000}{7} = 400\,000$

III) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} = 400\,000 \\ \dfrac{y}{4} = 400\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1\,200\,000 \\ y = 1\,600\,000 \end{cases}$

Resposta: $P_1 = 1\,200\,000$ W e $P_2 = 1\,600\,000$ W

20) I) $x + y + z = 690\,000$

II) $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{z}{5} = \dfrac{x + y + z}{3 + 4 + 5} = \dfrac{690\,000}{12} = 57\,500$

III) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} = 57\,500 \\ \dfrac{y}{4} = 57\,500 \\ \dfrac{z}{5} = 57\,500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 172\,500 \\ y = 230\,000 \\ z = 287\,500 \end{cases}$

Resposta: As pessoas receberão, respectivamente,
R\$ 172 500,00; R\$ 230 000,00 e R\$ 287 500,00

21) $\begin{cases} x + y + z = 700 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3} \\ \dfrac{y}{z} = \dfrac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 700 \\ x = \dfrac{2y}{3} \\ z = \dfrac{5y}{4} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{35y}{12} = 700 \\ x = \dfrac{2y}{3} \\ z = \dfrac{5y}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 240 \\ x = 160 \\ z = 300 \end{cases}$

Resposta: C

22) I) Se idades (35; 14; x) e quantidade de rosas (70; a; b) são G.D.P., então:

$\dfrac{35}{70} = \dfrac{14}{a} = \dfrac{x}{b} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{14}{a} = \dfrac{x}{b} \Rightarrow a = 28$

II) $70 + a + b = 10 \,.\, 12 \Rightarrow 70 + 28 + b = 120 \Leftrightarrow b = 22$

III) $\dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{b} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{22} \Leftrightarrow x = 11$

Resposta: D

23)

largura	comprimento
20 cm	35 cm
1,2 m	x m

G.D.P. $\Rightarrow \dfrac{20}{1,2} = \dfrac{35}{x} \Leftrightarrow x = 2,1$

Resposta: C

24)

Trigo (kg)	Farinha (kg)
100	85
150 . 75	x

G.D.P. $\Rightarrow \dfrac{100}{150 \,.\, 75} = \dfrac{85}{x} \Leftrightarrow x = \dfrac{150 \,.\, 75 \,.\, 85}{100} = 9562,5$

Resposta: 9562,5 kg

25)

Pedreiros	Dias
14	180
10	x

G.I.P. $\Rightarrow \dfrac{14}{10} = \dfrac{x}{180} \Leftrightarrow x = \dfrac{14 \,.\, 180}{10} = 252$

Resposta: 252 dias

26)

Distância (km)	Tempo (h)
240	3
400	x

G.D.P. $\Rightarrow \dfrac{240}{400} = \dfrac{3}{x} \Leftrightarrow x = \dfrac{400 \,.\, 3}{240} = 5$

Resposta: 5 horas

27) O volume de água drenada pelos dois encanamentos é de 100 litros por minuto.
Dessa forma, em 12 horas (720 minutos), o volume de água drenada pelos dois encanamentos é de
720 . 100 litros = 72000 litros.
Resposta: D

28)

Soldados	Víveres (dias)
30	60
120	x

G.I.P. $\Rightarrow \dfrac{30}{120} = \dfrac{x}{60} \Leftrightarrow x = \dfrac{30 \,.\, 60}{120} = 15$

Resposta: 15 dias

29) I) O volume de medicamento administrado por dia é
3 . 5 ml = 15 ml
II) Em 10 dias são administrados 10 . 15 ml = 150 ml
III) Se cada frasco contém 100 cm^3 = 100 ml, são necessários e suficientes 2 frascos.
Resposta: D

30)

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
60	2
80	x

I) G.I.P. $\Rightarrow \dfrac{60}{80} = \dfrac{x}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{60 \,.\, 2}{80} = 1,5$

II) 1,5 h = 1h + 0,5h = 1h + 30 min
Resposta: 1h30min

31)

Área (m^2)	Tempo (h)
5100	3
11 900	x

Como são grandezas diretamente proporcionais, temos:

$\dfrac{5100}{11\,900} = \dfrac{3}{x} \Leftrightarrow x = \dfrac{11\,900 \,.\, 3}{5\,100} \Leftrightarrow x = 7$

Resposta: A

32)

Dentes	Voltas
54	8
12	x

G.I.P. $\Rightarrow \dfrac{54}{12} = \dfrac{x}{8} \Leftrightarrow x = \dfrac{54 \,.\, 8}{12} = 36$

Resposta: 36 voltas

33) I) 1 dal = 10ℓ = 10 000 cm^3
II) 35 dal = 35 . 10 000 cm^3 = 350 000 cm^3
III) O número de frascos de 125 cm^3 necessários para acomodar 35 dal é $\dfrac{350000 \text{ cm}^3}{125 \text{ cm}^3} = 2800$

Resposta: E

34)

Tecido (m)	Preço (R$)
x	960
x – 12	768

G.D.P. $\Rightarrow \dfrac{x}{x - 12} = \dfrac{960}{768} \Leftrightarrow 960x - 11\,520 = 768x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 192x = 11\,520 \Leftrightarrow x = 60$

Resposta: 60 m e 48 m

35) I) M horas = 60 . M minutos

Fração do percurso	Tempo (min)
1	60M
x	2M

II) G.D.P. $\Rightarrow \dfrac{1}{x} = \dfrac{60M}{2M} \Leftrightarrow x = \dfrac{2M}{60M} = \dfrac{1}{30}$

Resposta: D

36)

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
450	2
1200	x

I) G.I.P. $\Rightarrow \dfrac{450}{1200} = \dfrac{x}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{450 \cdot 2}{1200} = 0{,}75$

II) 0,75h = 0,75 . 60 min = 45 min

Resposta: 45 min

37)

Distância (km)	Tempo (dias)
200	15
250	x

G.I.P. $\Rightarrow \dfrac{200}{250} = \dfrac{x}{15} \Leftrightarrow x = \dfrac{200 \cdot 15}{250} = 12$

Resposta: C

38)

Diâmetro (cm)	Rotações por minuto (rpm)
10	x
120	180

G.I.P. $\Rightarrow \dfrac{10}{120} = \dfrac{180}{x} \Leftrightarrow x = \dfrac{120 \cdot 180}{10} = 2160$

Resposta: C

39) a)

Distância (km)	Consumo médio (km/ℓ)
100	15
x	12

G.D.P. $\Rightarrow \dfrac{100}{x} = \dfrac{15}{12} \Leftrightarrow x = \dfrac{100 \cdot 12}{15} = 80$

b)

Distância (km)	Consumo médio (km/ℓ)
100	15
120	x

G.D.P. $\Rightarrow \dfrac{100}{120} = \dfrac{15}{x} \Leftrightarrow x = \dfrac{120 \cdot 15}{100} = 18$

Respostas: a) 80km b) 18km/ℓ

40)

Custo (R$)	Animais	Dias
240	12	8
x	18	6
	G.D.P.	G.D.P.

$\dfrac{240}{x} = \dfrac{12}{18} \cdot \dfrac{8}{6} \Leftrightarrow x = \dfrac{240 \cdot 18 \cdot 6}{12 \cdot 8} = 270$

Resposta: B

41)

Pão (kg)	Pessoas	Dias
3	6	2
x	4	5
	G.D.P.	G.D.P.

$\dfrac{3}{x} = \dfrac{6}{4} \cdot \dfrac{2}{5} \Leftrightarrow x = \dfrac{3 \cdot 4 \cdot 5}{6 \cdot 2} = 5$

Resposta: E

42)

Dias	Horas/dia	Impressões	Impressoras
30	6	150 000	1
x	8	100 000	3
	G.I.P.	G.D.P.	G.I.P.

$\dfrac{30}{x} = \dfrac{8}{6} \cdot \dfrac{150\,000}{100\,000} \cdot \dfrac{3}{1} \Leftrightarrow x = \dfrac{30 \cdot 6 \cdot 100\,000 \cdot 1}{8 \cdot 150\,000 \cdot 3} = 5$

Resposta: E

43)

Comprimento (m)	Fio (kg)	Largura (m)
126	36	0,6
x	48	0,72
	G.D.P.	G.I.P.

$\dfrac{126}{x} = \dfrac{36}{48} \cdot \dfrac{0{,}72}{0{,}6} \Leftrightarrow x = \dfrac{126 \cdot 48 \cdot 0{,}6}{36 \cdot 0{,}72} = 140$

Resposta: 140 m

44)

Peças	Máquinas	Dias	Horas/dia
500	5	5	5
x	10	10	10
	G.D.P.	G.D.P.	G.D.P.

$\dfrac{500}{x} = \dfrac{5}{10} \cdot \dfrac{5}{10} \cdot \dfrac{5}{10} \Leftrightarrow x = \dfrac{500 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{5 \cdot 5 \cdot 5} = 4\,000$

Resposta: C

45)

Computadores	Alunos	Horas
2	1500	3
x	4000	2
	G.D.P.	G.I.P.

$\dfrac{2}{x} = \dfrac{1500}{4000} \cdot \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow x = \dfrac{2 \cdot 4000 \cdot 3}{1500 \cdot 2} = 8$

Resposta: 8 computadores

46)

Dias	Garrafas	Horas/dia
5	2000	8
x	6000	12
	G.D.P.	G.I.P.

$$\frac{5}{x} = \frac{2000}{6000} \cdot \frac{12}{8} \Leftrightarrow x = \frac{5 \cdot 6000 \cdot 8}{2000 \cdot 12} = 10$$

Resposta: A

47)

Dias	Horas/dia	Objetos	Eficiência (%)
10	10	1000	100
x	20	3000	150
	G.I.P.	G.D.P.	G.I.P.

$$\frac{10}{x} = \frac{20}{10} \cdot \frac{1000}{3000} \cdot \frac{150}{100} \Leftrightarrow x = \frac{10 \cdot 10 \cdot 3000 \cdot 100}{20 \cdot 1000 \cdot 150} = 10$$

Resposta: 10 dias

48) Sendo S o serviço de digitação, a garota mais eficiente realiza $\frac{S}{2}$ em uma hora e a outra, $\frac{S}{3}$ em uma hora. Assim, as duas garotas juntas realizam $\left(\frac{S}{2} + \frac{S}{3}\right)$ em uma hora, portanto, considerando o trabalho em conjunto, temos:

Tempo (h)	Serviço
1	$\frac{S}{2} + \frac{S}{3}$
x	S

I) G.D.P. $\Rightarrow \dfrac{1}{x} = \dfrac{\frac{S}{2} + \frac{S}{3}}{S} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{S}{x} = \frac{S}{2} + \frac{S}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow x = \frac{6}{5}$$

II) $\frac{6}{5}$ h = 1,2h = 1,2 . 60 min = 72 min

Resposta: C

49) Sendo V o volume total de cada tanque, tem-se:

I) A 1ª torneira despeja $\frac{V}{5}$ por hora, assim, após t horas, o volume despejado no 1º tanque é $\frac{V}{5} \cdot t$, portanto, o volume que falta para enchê-lo é $V - \frac{V}{5} \cdot t$

II) A 2ª torneira despeja $\frac{V}{4}$ por hora, assim, após t horas, o volume despejado no 2º tanque é $\frac{V}{4} \cdot t$, portanto, o volume que falta para enchê-lo é $V - \frac{V}{4} \cdot t$

III) Se o volume que falta para encher o 2º tanque é $\frac{1}{4}$ do volume que falta para encher o 1º tanque, então:

$$V - \frac{V}{4} \cdot t = \frac{1}{4} \cdot \left(V - \frac{V}{5} \cdot t\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4V - Vt = V - \frac{Vt}{5} \Leftrightarrow 4 - t = 1 - \frac{t}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 20 - 5t = 5 - t \Leftrightarrow 4t = 15 \Leftrightarrow t = \frac{15}{4}$$

IV) $\frac{15}{4}$ h = 3,75h = 3h + 0,75h =
= 3h + 0,75 . 60 min = 3h + 45 min

Resposta: após 3h45min

50) Sendo V o volume do tanque e t o tempo, em horas, que a torneira de saída demora para esvaziar o tanque, tem-se:

I) A 1ª torneira despeja no tanque $\frac{V}{2}$ por hora.

II) A 2ª torneira despeja no tanque $\frac{V}{3}$ por hora.

III) A torneira de saída elimina $\frac{V}{t}$ por hora.

Abrindo as três torneiras as mesmo tempo, tem-se:

Volume	Tempo (h)
$\frac{V}{2} + \frac{V}{3} - \frac{V}{t}$	1
V	1,5

G.D.P. $\Rightarrow \dfrac{\frac{V}{2} + \frac{V}{3} - \frac{V}{t}}{V} = \dfrac{1}{1,5} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{V}{2} + \frac{V}{3} - \frac{V}{t} = \frac{V}{1,5} \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{t} = \frac{1}{1,5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{1,5} = \frac{1}{t} \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{t} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{t} \Leftrightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{t} \Leftrightarrow t = 6$$

Resposta: E

51) Sendo T a tarefa a ser realizada, tem-se:

I) Andréa realiza $\frac{T}{6}$ por hora, assim, após 2 horas, ela realiza $2 \cdot \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$, restando, portanto, $T - \frac{T}{3} = \frac{2T}{3}$

II) Cláudia realiza a tarefa em 8 horas, então:

Tarefa	Tempo (h)
T	8
$\dfrac{2T}{3}$	t

G.D.P. $\Rightarrow \dfrac{T}{\dfrac{2T}{3}} = \dfrac{8}{t} \Leftrightarrow \dfrac{3T}{2T} = \dfrac{8}{t} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{2} = \dfrac{8}{t} \Leftrightarrow t = \dfrac{16}{3}$

III) $\dfrac{16}{3}\,h = \left(\dfrac{15}{3} + \dfrac{1}{3}\right)h = 5h + \dfrac{1}{3}h =$

$= 5h + \dfrac{1}{3} \,.\, 60\text{ min} = 5h + 20\text{ min}$

Resposta: B

■ Módulo 14 – Porcentagem e Juros

1) $(10\%)^2 = \left(\dfrac{10}{100}\right)^2 = \left(\dfrac{1}{10}\right)^2 = \dfrac{1}{100} = 1\%$

Resposta: D

2) Dos 112 jogadores, 54 + 14 = 68 concluíram o Ensino Médio e, portanto, o percentual pedido é

$\dfrac{68}{112}$. 100% que é, aproximadamente, 60%.

Resposta: D

3) Conforme o enunciado, admitindo-se R ≠ 0, temos:

$\begin{cases} P = 30\% \,.\, Q \\ Q = 20\% \,.\, R \\ S = 50\% \,.\, R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P = 30\% \,.\, 20\% \,.\, R \\ S = 50\% \,.\, R \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{P}{S} = \dfrac{30\% \,.\, 20\% \,.\, R}{50\% \,.\, R} = \dfrac{0{,}30 \,.\, 0{,}20}{0{,}50} = \dfrac{0{,}06}{0{,}50} =$

$= \dfrac{6}{50} = \dfrac{3}{25}$

Resposta B

4) Sendo a e p os salários, em reais, de Antonio e Pedro, respectivamente, temos:

$\begin{cases} a = 90\% \,.\, p \\ p - a = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 90\% \,.\, p \\ p = a + 500 \end{cases} \Rightarrow a = 90\% \,.\, (a + 500) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a = 0{,}9 \,.\, (a + 500) \Leftrightarrow a = 0{,}9 \,.\, a + 450 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0{,}1 \,.\, a = 450 \Leftrightarrow a = 4500$

Resposta: D

5) Os gastos com alimentação pelas duas famílias são

a) na de menor renda, 33% de R\$ 400,00 = R\$ 132,00

b) na de maior renda, 9% de R\$ 6000,00 = R\$ 540,00

Dessa forma, o valor, em reais, gasto com alimentação da família de maior renda é aproximadamente quatro vezes maior que o da família de menor renda.

Resposta: B

6) O lucro por litro é R\$ (0,52 – 0,32) = R\$ 0,20

O acréscimo no lucro deve ser

R\$ 2580,00 . 30% = R\$ 774,00

Portanto, o total de litros a mais de leite que o produtor precisa vender é

$\dfrac{774{,}00}{0{,}20} = 3870$

Resposta: D

7) Do gráfico temos: 4 alunos com nota 4,0; 10 alunos com nota 5,0; 18 alunos com nota 6,0; 16 alunos com nota 7,0 e 2 alunos com nota 8,0, num total de 4 + 10 + 18 + 16 + 2 = 50 alunos

Desses, foram aprovados 18 + 16 + 2 = 36 alunos, correspondendo a $\dfrac{36}{50} = 0{,}72 = 72\%$ dos alunos.

Resposta: E

8) $12{,}50 \,.\, (1 + i) = 13{,}50 \Leftrightarrow 1 + i = \dfrac{13{,}5}{12{,}5} \Leftrightarrow 1 + i = 1{,}08 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow i = 0{,}08 \Leftrightarrow i = 8\%$

Resposta: D

9) $\dfrac{386\,400 - 345\,000}{345\,000} = \dfrac{41\,400}{345\,000} = 0{,}12 = 12\%$

outra resolução

386 400 – 345 000 = 41 400

valor		%	
345 000	——	100%	$\Rightarrow x = 12\%$
41 400	——	x	

Resposta: C

10) I) *Verdadeiro*.

Conforme a tabela fornecida, pode-se afirmar, com certeza, que a mulher não é poupada da violência sexual doméstica em nenhuma das faixas etárias indicadas.

II) *Falso*.

A maior parte das mulheres adultas é agredida por conhecidos (33,8%), vizinhos (27,9%) e parceiros ou ex-parceiros (25,2%).

III) *Verdadeiro*.

As adolescentes são vítimas de quase todos os tipos de agressores, pois só não são agredidas pelos pais adotivos e pelos avós.

IV) *Verdadeiro*.

Conforme a tabela, o pai, biológico ou não, é o autor de 21,7% + 16,7% + 1,6% = 40% dos casos de violência sexual envolvendo crianças.

Obs.: Na tabela publicada, a quantidade de adultas agredidas por pai biológico é 6 de um total de 68, o que corresponde a 8,8% e não 6% como está impresso.

Resposta: D

11) Sendo V o valor do artigo antes do aumento e P o desconto a ser anunciado, temos:

$(1 - P) \,.\, 1{,}25\,V = V \Leftrightarrow P = 0{,}2 \Leftrightarrow P = 20\%$

Resposta: A

12) 1) Pela primeira opção Maria ficará devendo, no dia 8/12, (3500,00 – 2300,00) euros = 1200,00 euros

No dia 9/12 pagará 2% . 1200,00 euros = 24,00 euros de juros e sua dívida atualizada passará para 1224,00 euros.

No dia 10/12 pagará 2%.1224,00 euros = 24,48 euros de juros e a dívida final passará para 1248,48 euros.

Pela 1ª opção, portanto, o valor total dos juros pagos será 48,48 euros.

II) Na segunda opção Maria pagará uma multa de 2%. 3500,00 euros = 70,00 euros.

III) A opção 2, em relação à opção 1, representa uma desvantagem de (70,00 – 48,48) euros = 21,52 euros.

Resposta: C

13) Sendo V o preço de venda e C o preço de custo, tem-se:

$$\begin{cases} V - C = 3\,000 \\ 80\% \cdot V = 130\% \cdot C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V = C + 3\,000 \\ 8V = 13\,C \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} V = C + 3\,000 \\ 8(C + 3\,000) = 13C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V = C + 3\,000 \\ 24\,000 = 5C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V = 7\,800 \\ C = 4\,800 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow V + C = 7\,800 + 4\,800 = 12\,600$

Resposta: D

14) Se c for o preço do catálogo e v o preço de venda, então:

$0{,}75v = 1{,}3 \cdot (0{,}75c) \Leftrightarrow v = 1{,}3c \Leftrightarrow v = 130\%c$

Resposta: C

15) a) O rendimento (R_s) da aplicação, durante os 4 meses considerados, em reais e a juros simples, foi de

$$R_s = \frac{1\,000 \cdot 10 \cdot 4}{100} = 400$$

b) A juros compostos, a aplicação renderá, em reais,

$R_c = 1000 \cdot (1 + 10\%)^4 - 1000 = 1000 \cdot 1{,}1^4 - 1000 = 464{,}1$

Respostas: a) R$ 400,00 b) R$ 464,10

16) $C = x$, $i = 20\%$, $J = x$ e $J = \dfrac{cit}{100} \Rightarrow x = \dfrac{x \cdot 20 \cdot t}{100} \Rightarrow t = 5$

Resposta: E

17) Se o capital total da pessoa é x reais, então:

I) O valor da aplicação é $C = \dfrac{2}{5}x$

II) A taxa é de 2,5% ao mês, então, i = 2,5

III) O tempo é t = 90 dias = 3 meses

IV) Os juros são de J = 9600

Assim, $9\,600 = \dfrac{\frac{2}{5}x \cdot 2{,}5 \cdot 3}{100} \Leftrightarrow 3x = 960\,000 \Leftrightarrow x = 320\,000$

Resposta: A

18) I) O capital é C = 1 500 000

II) A taxa é de 2% ao mês, então, i = 2.

III) O tempo é t = 3 anos = 36 meses

IV) Os rendimentos (juros) são dados por:

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100} = \frac{1\,500\,000 \cdot 2 \cdot 36}{100} = 1\,080\,000$$

Resposta: R$ 1 080 000,00

19) I) O capital é C = 70 000

II) A taxa é de 15% ao ano, então, i = 15

III) O tempo é $t = 120$ dias $= 4$ meses $= \dfrac{4}{12}$ de um ano $= \dfrac{1}{3}$ ano

IV) Os juros são dados por:

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100} = \frac{70\,000 \cdot 15 \cdot \frac{1}{3}}{100} = 3\,500$$

Resposta: R$ 3 500,00

20) Sendo C, em reais, o capital aplicado a 1,8% ao mês, então, R$ 24000 – C é o capital aplicado a 3% ao mês, assim, para que os juros em um mês sejam de R$ 480,00, tem-se:

$$\frac{C \cdot 1{,}8 \cdot 1}{100} + \frac{(24\,000 - C) \cdot 3 \cdot 1}{100} = 480 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 1{,}8 \cdot C + 72\,000 - 3C = 48\,000 \Leftrightarrow 1{,}2 \cdot C = 24\,000 \Leftrightarrow C = 20\,000$

Resposta: E

■ Módulo 15 – Exercícios de Sistemas Lineares

1) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 13 \\ 3x + y + 2z = 13 \\ 4x + 3y + az = 14 \end{cases}$

Para que o sistema tenha uma única solução (SPD) basta que o determinante dele seja não nulo ($D \neq 0$).

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & a \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow 25 - 5a \neq 0 \Rightarrow a \neq 5$$

Resposta: D

2) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 13 \\ 3x + y + 2z = 13 \\ 4x + 3y + z = 14 \end{cases}$

a = 1

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 25 - 5a = 25 - 5 = 20$$

(para a = 1)

$$D_x = \begin{vmatrix} 13 & 2 & 3 \\ 13 & 1 & 2 \\ 14 & 3 & 1 \end{vmatrix}\begin{matrix} 13 & 2 \\ 13 & 1 \\ 14 & 3 \end{matrix}\Bigg| = 13 + 56 + 117 - 42 - 78 - 26 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D_x = 40 \;\therefore\; x = \frac{D_x}{D} = \frac{40}{20} = 2$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 13 & 3 \\ 3 & 13 & 2 \\ 4 & 14 & 1 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 13 \\ 3 & 13 \\ 4 & 14 \end{matrix} = 13 + 104 + 126 - 156 - 28 - 39 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D_y = 20 \therefore y = \frac{D_y}{D} \Rightarrow y = \frac{20}{20} = 1$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 13 \\ 3 & 1 & 13 \\ 4 & 3 & 14 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{matrix} = 14 + 104 + 117 - 52 - 39 - 84 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D_z = 60 \therefore z = \frac{D_z}{D} \Rightarrow z = \frac{60}{20} = 3$$

$S = \{(2; 1; 3)\}$

3) $\begin{cases} 2kx - y = 2 \\ 5x + ky = 22 \end{cases}$

a) Se $(k; 3k)$ é solução então

$$\begin{cases} 2k \cdot k - 3k = 2 \\ 5 \cdot k + k \cdot 3k = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2k^2 - 3k = 2 \\ 5k + 3k^2 = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2k^2 - 3k - 2 = 0 \\ 3k^2 + 5k - 22 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 = 2 \text{ ou } k_2 = -\dfrac{1}{2} \\ k_1 = 2 \text{ ou } k_2 = -\dfrac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow k = 2$$

b) Para $k = 2$ a solução será $(k; 3k) = (2; 6)$ e portanto $x + y = 2 + 6 = 8$

Resposta: C

4) $\begin{cases} A + B = 70 \\ 2A + C = 105 \\ B - C = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 70 - A \\ C = 105 - 2A \\ B - C = 5 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} B = 70 - A \\ C = 105 - 2A \\ (70 - A) - (105 - 2A) = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 70 - A \\ C = 105 - 2A \\ 70 - A - 105 + 2A = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} B = 70 - A \\ C = 105 - 2A \\ A = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 70 - 40 \\ C = 105 - 240 \\ A = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 30 \\ C = 25 \\ A = 40 \end{cases}$$

Resposta: B

5) Seja t o número de rolos de 30m, e v o número de rolos de 20m. Total de rolos 80: $t + v = 80$; 2080m de arame: $30t + 20v = 2080$.

$$\begin{cases} t + v = 80 \\ 30t + 20v = 2080 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t + v = 80 \\ 3t + 2v = 208 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ segunda equação menos o dobro da primeira $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} t + v = 80 \\ t = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 48 \\ v = 32 \end{cases}$$

Resposta: E

6) $\begin{cases} x + y + z = -1 \\ x + z + t = 5 \\ y + z + t = 7 \\ x + y + t = 4 \end{cases}$

Observe que somando as quatro equações teremos:
$3x + 3y + 3z + 3t = 15 \Rightarrow x + y + z + t = 5$
Resposta: C

7) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ k \end{pmatrix}$

Multiplicando nas matrizes teremos:

$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ -x + y + z = 2 \\ x + 3y - z = k \end{cases}$$

a) Somando as duas primeiras equações:

$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ 2y = 7 \\ x + 3y - z = k \end{cases}$$

b) (Terceira equação) – (primeira equação):

$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ 2y = 7 \\ 2y = k - 5 \end{cases}$$

Para que as duas últimas equações sejam compatíveis é necessário que $k - 5 = 7 \Rightarrow k = 12$. Neste caso o sistema é possível e indeterminado, verifique que a última equação é a soma do dobro da primeira equação com a segunda equação.
Resposta: E

8) $\begin{cases} 2x + \alpha y - 2y = 0 \\ x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$

a) Para soluções não triviais o sistema é possível e indeterminado e, portanto, $p < n = 3$.

b) Para $p < 3 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & \alpha & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2\alpha + 4 = 0 \Rightarrow \alpha = -2$

Resposta: A

9) $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x - my - 3z = 0 \\ x + 3y + mz = m \end{cases}$

a) Para que o sistema admita uma única solução, $p = q = n = 3$. Logo o determinante do sistema deve ser não nulo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 1 & -m & -3 \\ 1 & 3 & m \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow -m^2 - 3m \neq 0 \Rightarrow -m(m + 3) \neq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow m \neq 0$ e $m \neq -3$.

Observe que para $m = 0$ o sistema é homogêneo, e, portanto, possível; nesse caso $p = q = 2 < n = 3$. E o sistema admite infinitas soluções. O único valor que m não poderá assumir é, portanto, -3.

b) m = 0 $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x - 3z = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x = 3z \\ y = -z \end{cases}$

Fazendo z = k, o conjunto solução será:
S = {(3k, – k, k)}
$\forall k \in \mathbb{R}$

10) $\begin{cases} 3x + 7my + 6z = 0 \\ 3my + 4z = 0 \\ (m - 1)x + 2y - mz = 0 \end{cases}$

Se o sistema deve admitir soluções diferentes da trivial, o sistema é possível e indeterminado e, portanto, o determinante do sistema deve ser nulo:

$$\begin{vmatrix} 3 & 7m & 6 \\ 0 & 3m & 4 \\ m-1 & 2 & -m \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -m^2 - 10m - 24 = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ m = 12 ou m = – 12
Resposta: E

11) $\begin{cases} a^2x + y - a^2z = 0 \\ x - a^2y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} a^2 & 1 & -a^2 \\ 1 & -a^2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -2a^2 + 2 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \quad a = \pm 1$$

Resposta: A

FRENTE 3 – GEOMETRIA ANALÍTICA

Módulo 12 – Distância entre um ponto e uma reta e entre duas retas paralelas

4) A	5) D	6) D	7) A
12) D	14) D	16) D	

Módulo 13 – Circunferência I

9) A	10) D	11) C
12) B	13) B	14) C
15) A	18) B	19) A
20) A		

Módulo 14 – Circunferência II

6) D	7) D	8) D
9) E	10) C	11) D
12) A	13) D	

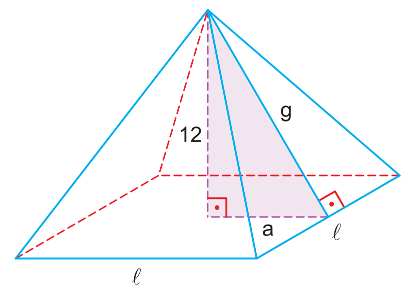
Módulo 15 – Exercícios de equação da reta

1) C	2) D	10) C
13) A	14) A	

FRENTE 4 – GEOMETRIA MÉTRICA E ÁLGEBRA

Módulo 12 – Pirâmides e cilindros

1)



Sejam ℓ a medida da aresta da base, *g* o apótema lateral e *a* o apótema da base, em centímetros.

I) $4\ell = 40 \Leftrightarrow \ell = 10$

II) $a = \dfrac{\ell}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$

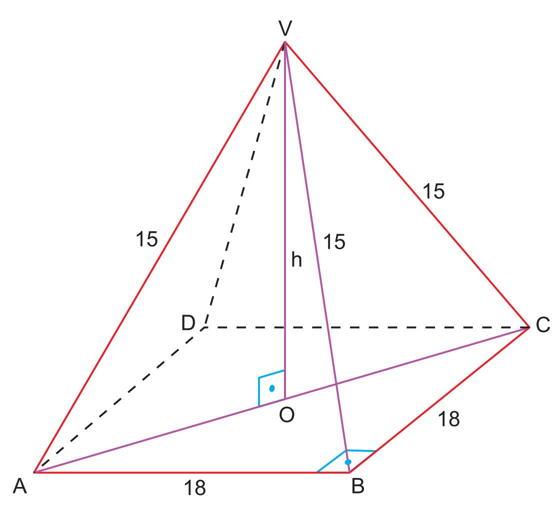
III) $g^2 = a^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 \Rightarrow g = 13$

IV) A área lateral da pirâmide, em centímetros quadrados, é dada por:

$$A_L = 4 \cdot \frac{\ell \cdot g}{2} = 4 \cdot \frac{10 \cdot 13}{2} = 4 \cdot 65 = 260$$

Resposta: 260 cm^2

2)



I) No triângulo ABC, temos: $(AC)^2 = (18\text{ cm})^2 + (18\text{ cm})^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = 18\sqrt{2}\,\text{cm}$.

II) $AO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{18\sqrt{2}\text{ cm}}{2} \Rightarrow AO = 9\sqrt{2}\text{ cm}$

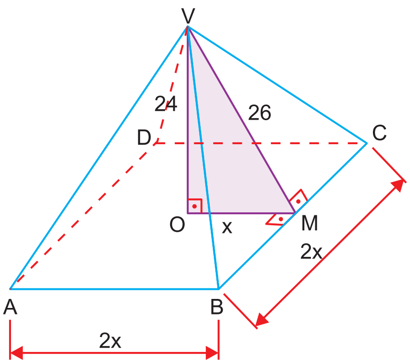
III) No triângulo VOA, sendo h a medida da altura da pirâmide, em centímetros, temos:

$(VA)^2 = (VO)^2 + (AO)^2 \Rightarrow 15^2 = h^2 + (9\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow h^2 = 63 \Rightarrow h = 3\sqrt{7}$

Resposta: B

3) Seja *2x* a medida da aresta da base, em centímetros.



I) No triângulo VOM, temos: $26^2 = 24^2 + x^2 \Rightarrow x = 10$

II) $AB = 2x = 2 \cdot 10 = 20$

III) A área da base, em centímetros quadrados, é

$A_B = 20^2 = 400$

IV) A área lateral, em centímetros quadrados é

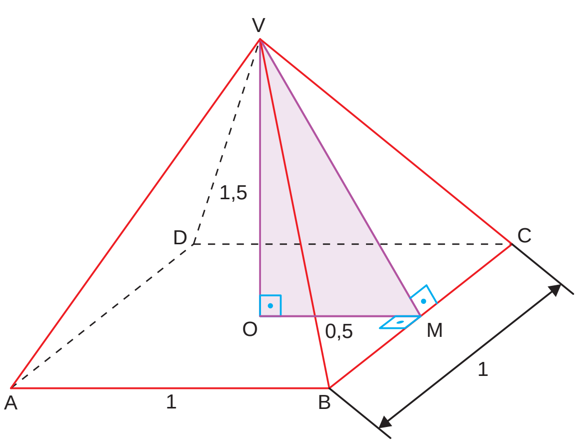
$A_L = 4 \cdot \dfrac{20 \cdot 26}{2} = 1040$

V) A área total, em centímetros quadrados é

$A_T = A_B + A_L = 400 + 1040 = 1440$

Resposta: A

4)



No triângulo VOM, temos:

$(VM)^2 = (0{,}5\text{m})^2 + (1{,}5\text{m})^2 \Leftrightarrow VM = \dfrac{\sqrt{10}}{2}\text{ m}$

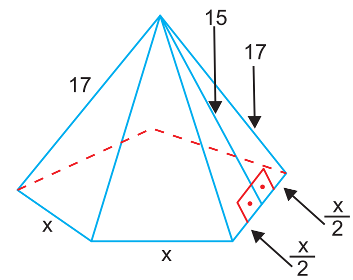
Sendo A_L a área lateral da pirâmide, temos:

$A_L = 4 \cdot \dfrac{(BC) \cdot (VM)}{2} = 2 \cdot 1 \cdot \dfrac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10} \simeq 3{,}1$

Assim, a alternativa D é a que indica a menor quantidade suficiente de lona.

Resposta: D

5)



Se x é a medida da aresta da base, em centímetros, de acordo com o Teorema de Pitágoras, tem-se:

$\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + 15^2 = 17^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 = 64 \Leftrightarrow x = 16$

Resposta: B

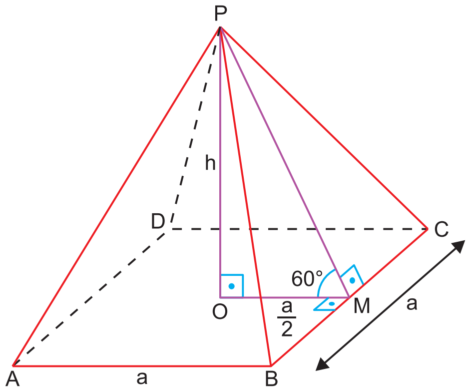
6) D	7) B	8) D	10) C
11) D	12) A	13) B	14) E
15) C			

■ Módulo 13 – Cones e esferas

1) D	2) D	3) D	4) A
5) D	6) A	7) B	9) E
10) E	12) E	13) C	14) D
15) D	16) D	17) E	18) A

Módulos 14 e 15 – Exercícios de sólidos geométrico

1)



Sejam *a* a medida da aresta da base e *h* a medida da altura da pirâmide, em centímetros. No triângulo retângulo POM, temos:

$$\text{tg } 60° = \frac{h}{\frac{a}{2}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{\frac{a}{2}} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

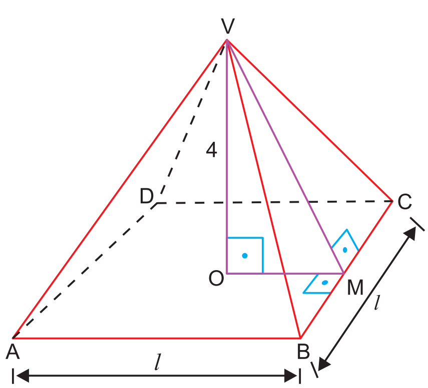
Como o volume da pirâmide é $36\sqrt{3}$ cm³, temos:

$$\frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = 36\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^3 = 216 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{216}$$

Resposta: A

2) **Seja ℓ a medida da aresta da base, em metros:**



I) $A_B = 64 \Rightarrow \ell^2 = 64 \Rightarrow \ell = 8$

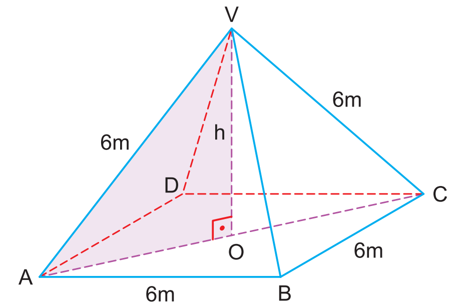
II) $OM = \frac{\ell}{2} = \frac{8}{2} = 4$

III) $(VM)^2 = (VO)^2 + (OM)^2 \Rightarrow (VM)^2 = 4^2 + 4^2 \Rightarrow VM = 4\sqrt{2}$

IV) A área lateral da pirâmide, em metros quadrados, é dada por: $A_L = 4 \cdot A_{\Delta VBC} = 4 \cdot \frac{8 \cdot 4 \cdot \sqrt{2}}{2} = 64\sqrt{2}$

Resposta: B

3)



I) $AC = 6\sqrt{2}\text{ m} \Rightarrow OA = \frac{AC}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2}\text{ m} = 3\sqrt{2}\text{ m}$

II) $VA^2 = VO^2 + OA^2 \Rightarrow (6\text{ m})^2 = h^2 + (3\sqrt{2}\text{ m})^2 \Rightarrow h = 3\sqrt{2}\text{ m}$

Resposta: A

4) **I) O volume da pirâmide é dado por** $\frac{1}{3} \cdot 1^2 \cdot H$

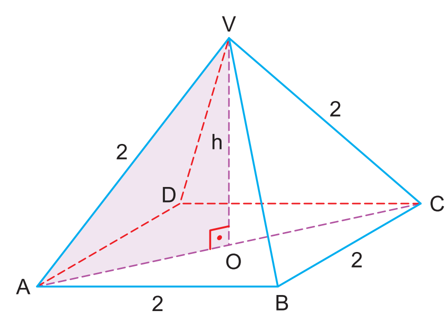
II) O volume do prisma é dado por $2^2 \cdot h$.

III) Se os volumes são iguais, então:

$$\frac{1}{3} \cdot 1^2 \cdot H = 2^2 \cdot h \Leftrightarrow \frac{H}{3} = 4h \Leftrightarrow \frac{H}{h} = 12$$

Resposta: B

5)



I) $AC = 2\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

II) $VA^2 = VO^2 + OA^2 \Rightarrow 2^2 = h^2 + (\sqrt{2})^2 \Rightarrow h = \sqrt{2}$

Resposta: B

6) C	**7) C**	**8) E**	**9) E**
10) A	**11) A**	**12) D**	**13) C**
14) A	**15) A**	**16) A**	**17) A**
18) B	**19) C**	**20) D**	**22) C**
23) D	**24) D**		