

Professor: Adriano Sales
Matéria: Teoria Estatística

O que é Estatística

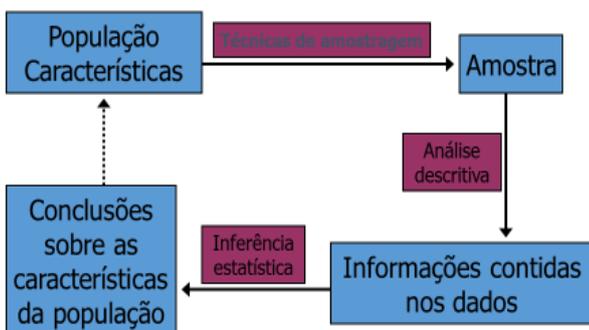
Para muitos, a Estatística não passa de conjuntos de tabelas de dados numéricos. Os estatísticos são as pessoas que coletam esses dados.

A Estatística originou-se com a coleta e construção de tabelas de dados para o governo. A situação evoluiu e esta coleta de dados representa somente um dos aspectos da Estatística.

No século XIX, o desenvolvimento do cálculo de probabilidade e outras metodologias matemáticas, tais como a técnica de Mínimos Quadrados, foram fundamentais para o desenvolvimento da Estatística.

Somente no século XX a Estatística desenvolve-se como uma área específica do conhecimento a partir do desenvolvimento da Inferência Estatística; uma metodologia baseada em probabilidade que tem ampla aplicação nas ciências experimentais.

A Estatística hoje consiste numa metodologia científica para obtenção, organização e análise de dados, oriundos das mais variadas áreas das ciências experimentais, cujo objetivo principal é auxiliar a tomada de decisões em situações de incerteza.



AMOSTRAGEM

Associada a coleta de dados, a **tecnologia da amostragem** desenvolveu um conjunto de técnicas para obtenção de amostras representativas da população de interesse. Exemplos de utilização:

Pesquisa de mercado, pesquisa de opinião pública, ensaios de medicamentos e em praticamente todo experimento.

Estatística Descritiva

Etapa inicial da análise utilizada para descrever e resumir os dados.

A disponibilidade de uma grande quantidade de dados e de métodos computacionais muito eficientes revigorou esta área da Estatística.

Probabilidade

A teoria das probabilidades nos permite modelar os fenômenos aleatórios, ou seja, aqueles em que está presente a incerteza.

É uma ferramenta fundamental para inferência estatística.

Inferência Estatística

Um conjunto de técnicas baseadas em probabilidade, que a partir de dados **amostrais** nos permite tirar conclusões sobre a **população** de interesse.

Exemplo 1:

Numa pesquisa eleitoral, um instituto de pesquisa tem como objetivo prever o resultado da eleição, utilizando uma amostra da população.

Considere o Candidato "A":

Denomine por p a proporção de pessoas (na população) que votarão em "A" na eleição.

Denomine por p a proporção de pessoas no levantamento de opinião que expressam intenção de voto em "A".

Estimação: Podemos usar o valor de p para estimar a proporção p da população.

Na eleição presidencial, para governadores e prefeitos, os institutos de pesquisa de opinião colhem periodicamente amostras de eleitores para obter as estimativas de intenção de voto da população. As estimativas são fornecidas com um valor e uma margem de erro.

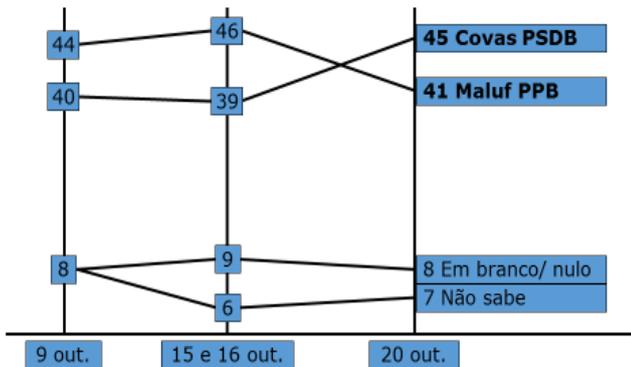
IBOPE / Opinião

Os quadros do IBOPE/Opinião a seguir referem-se à intenção de voto para prefeito de São Paulo para o primeiro e segundo turno das eleições de 2004. Estimar a proporção p da população.

A resposta foi estimada e única.

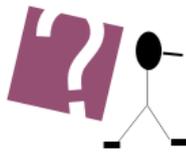
Pergunta realizada: Se a eleição para prefeito fosse hoje e os candidatos fossem estes, em quem o (a) Sr. (Sra) votaria?

Governador de São Paulo – 1998
 Resposta estimulada e única, em % do total de votos.
 A última pesquisa ouviu 3.389 eleitores – Margem de erro de 2%.



Estatística Descritiva

O que fazer com as observações que coletamos?



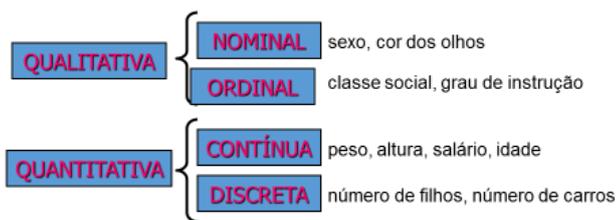
Primeira etapa:

Resumo dos dados = Estatística descritiva

Variável:

Qualquer característica associada a uma população.

Classificação das variáveis:



Variáveis Quantitativas

MEDIDAS DE POSIÇÃO:

Mínimo, Máximo, Moda, Média, Mediana, Percentis

MEDIDAS DE DISPERSÃO:

Amplitude, Intervalo-Interquartil, Variância, Desvio Padrão, Coeficiente de Variação

Medidas de Posição

Máximo (máx): a maior observação

Mínimo (min): a menor observação

Moda (Mo): é o valor (ou atributo) que ocorre com maior frequência.

Dados: 4, 5, 4, 6, 5, 8, 4

X_{máx} = 8

X_{min} = 4

Mo = 4

Média:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Dados: 2, 5, 3, 7, 8

$$\bar{x} = \frac{2 + 5 + 3 + 7 + 8}{5} = 5$$

Mediana:

A mediana é o valor da variável que ocupa a posição central de um conjunto de n dados ordenados.

Posição da mediana: $\frac{n+1}{2}$

Exemplos:

Dados: 2, 6, 3, 7, 8 → $n = 5$ (ímpar)

Dados ordenados: 2 3 6 7 8 → $\frac{5+1}{2} = 3$ → Md=6

Posição da Mediana ↑

Dados: 3, 5, 2, 1, 8, 6 → $n = 6$ (par)

Dados ordenados: 1 2 3 5 6 8 → $\frac{6+1}{2} = 3,5$

Md = $\frac{3+5}{2} = 4$ Md

Percentis:

O percentil de ordem $p \times 100$ ($0 < p < 1$), em um conjunto de dados de tamanho n , é o valor da variável que ocupa a posição $p \times (n + 1)$ do conjunto de dados ordenados.

Casos particulares:

percentil 50 = mediana ou segundo quartil (Md)

percentil 25 = primeiro quartil (Q₁)

percentil 75 = terceiro quartil (Q₃)

percentil 10 = primeiro decil (D₁)

Dados: 1,9 2,0 2,1 2,5 3,0 3,1 3,3 3,7 6,1 7,7 → $n=10$

Posição de Md: $0,5(n+1) = 0,5 \times 11 = 5,5$ → Md = $(3+3,1)/2 = 3,05$

Posição de Q₁: $0,25(11) = 2,75$ → Q₁ = $(2+2,1)/2 = 2,05$

Posição de Q₃: $0,75(11) = 8,25$ → Q₃ = $(3,7+6,1)/2 = 4,9$

Md = 3,05 Q₁ = 2,05 Q₃ = 4,9

Dados: 0,9 1,0 1,7 2,9 3,1 5,3 5,5 12,2 12,9 14,0 33,6

→ $n=11$

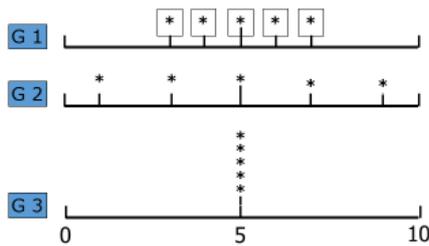
Md = 5,3

Q₁ = 1,7

Q₃ = 12,9

Exemplo 2: Considere as notas de um teste de 3 grupos de alunos

Grupo 1: 3,4,5,6,7 Grupo 2: 1,3,5,7,9 Grupo 3: 5,5,5,5,5



Temos: $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}_3 = 5$ e $md_1 = md_2 = md_3 = 5$

Medidas de Dispersão

Finalidade: encontrar um valor que resuma a variabilidade de um conjunto de dados.

Amplitude (A):

$$A = X_{\max} - X_{\min}$$

Para os grupos anteriores, temos:

Grupo 1, $A = 4$

Grupo 2, $A = 8$

Grupo 3, $A = 0$

Intervalo-Interquartil:

É a diferença entre o terceiro quartil e o primeiro quartil, ou seja, $Q_3 - Q_1$.

Dados: 1,9 2,0 2,1 2,5 3,0 3,1 3,3 3,7 6,1 7,7

$Q_1 = 2,05$ e $Q_3 = 4,9$

$Q_3 - Q_1 = 4,9 - 2,05 = 2,85$

Variância:

$$\text{Variância} = s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1} = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Desvio padrão:

$$\text{Desvio Padrão} = s = \sqrt{\text{Variância}}$$

Cálculo para os grupos:

$$G1: s^2 = \frac{(3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2}{4}$$

$$\Rightarrow s^2 = 10/4 = 2,5 \Rightarrow s = 1,58$$

$$G2: s^2 = 10 \quad s = 3,16$$

$$G3: s^2 = 0 \quad s = 0$$

Fórmula alternativa:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2}{(n-1)}$$

Em G1: $SX_i^2 = 9+16+25+36+49 = 135$

$$\Rightarrow S^2 = \frac{135 - 5 \times (5)^2}{4} = 2,5$$

Coeficiente de Variação (CV)

- é uma medida de dispersão relativa
- elimina o efeito da magnitude dos dados
- exprime a variabilidade em relação à média

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

Exemplo 3:

Altura e peso de alunos

	Média	Desvio padrão	Coef. de variação
Altura	1,143m	0,063m	5,5%
Peso	50 kg	6 kg	12%

Conclusão: Os alunos são, aproximadamente, duas vezes mais dispersos quanto ao peso do que quanto à altura.

Exemplo 4:

Altura (em cm) de uma amostra de recém-nascidos e de uma amostra de adolescentes

	Média	Desvio padrão	Coef. de variação
Recém-nascidos	50	6	12%
Adolescentes	160	16	10%